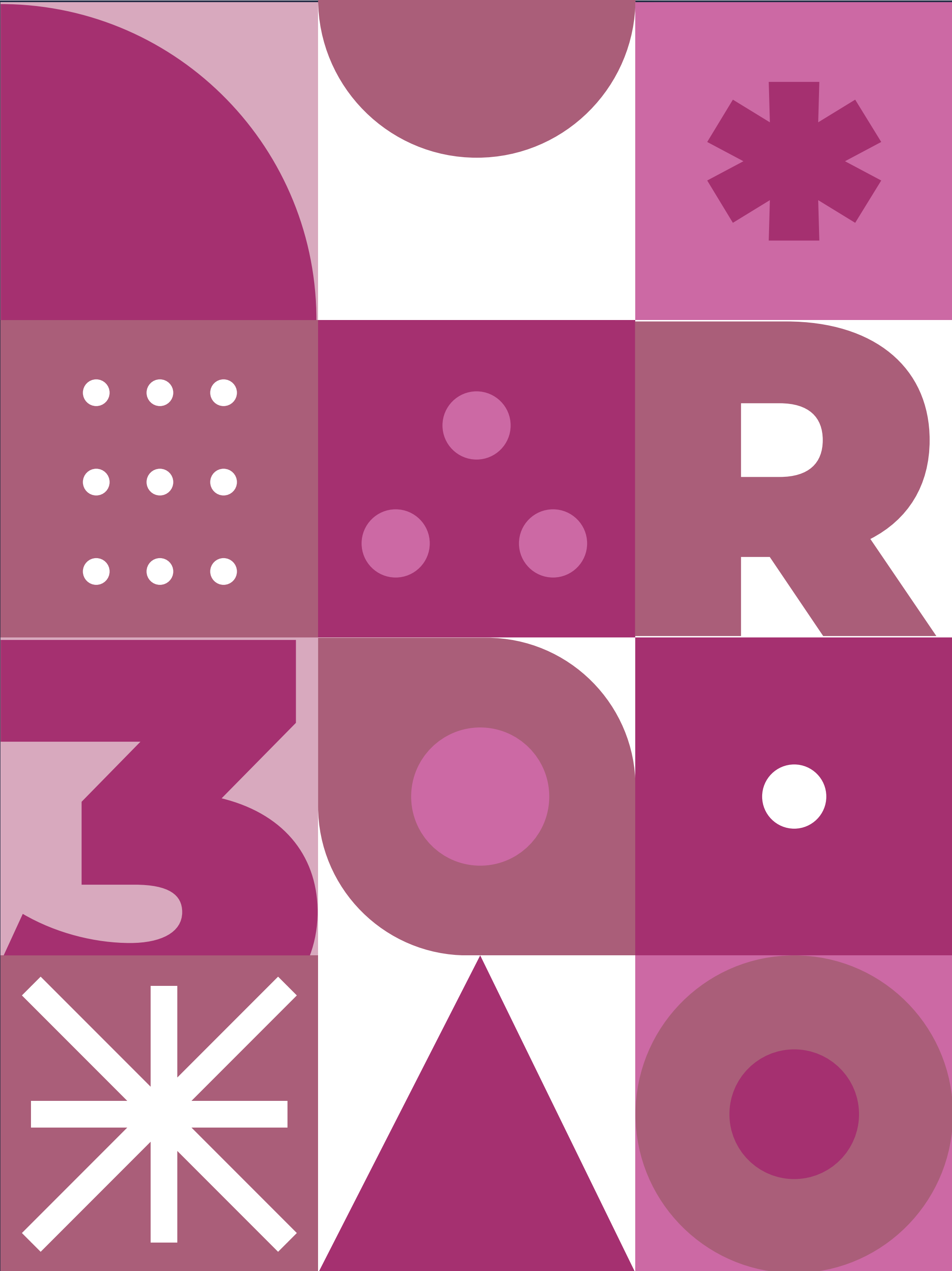


CARTILLA DE FÍSICA II - VOL. II

Problemas resueltos de fluidos, oscilaciones mecánicas,
ondas mecánicas y física térmica

CARTILLA DE FISICA II - VOL II

Problemas resueltos de fluidos, oscilaciones mecánicas, ondas mecánicas y física térmica

25 DE MAYO DE 2021
ESCUELA MILITAR DE AVIACIÓN MARCO FIDEL SUÁREZ
www.emavi.du.co

"Dos cosas son infinitas: el universo y la estupidez humana; de lo primero no estoy seguro".

Albert Einstein

Presentación

El siguiente material tiene como fin servir de apoyo a los cadetes de la Escuela Militar de Aviación Marco Fidel Suarez en la asignatura de Física 2. Es un repositorio de problemas resueltos, (con una breve presentación de la teoría de los temas tratados en el curso, que en ningún momento pretende sustituir el texto guía, que solo se busca realizar un breve repaso rápido de los conceptos las importantes explicados por el profesor en las diferentes clases) que van a ampliar la gama de problemas solucionados por el docente en la asignatura.

Espero este material cumpla con el fin propuesto. Cualquier duda o inquietud por favor manifestarla, pues esta es una primera versión que necesita ser revisada

Jorge Eliecer Murillo Ballesteros

Docente de Física

Índice

EL EFECTO DOPPLER

Muchos de nosotros en algunas ocasiones hemos percibido que el sonido (tono) proveniente de una sirena de policía, ambulancia o de bomberos es diferente cuando esta se acerca a nosotros o cuando se está alejando, y más aún muy diferente cuando se encuentra en reposo frente a nosotros.

A este cambio aparente en la frecuencia de una fuente sonora percibido por un observador debido al movimiento relativo entre la fuente y él se conoce como *efecto Doppler.* Denominado así en honor al físico austriaco Christian Andreas Doppler (1803 – 1853)[1].

Cuando una fuente sonora estacionaria emite ondas, estas se propagan (viajan) en todas direcciones, es así, entonces como se dice que su frente de onda son esferas centradas en la fuente. Tal como se i lustra en la figura 30.

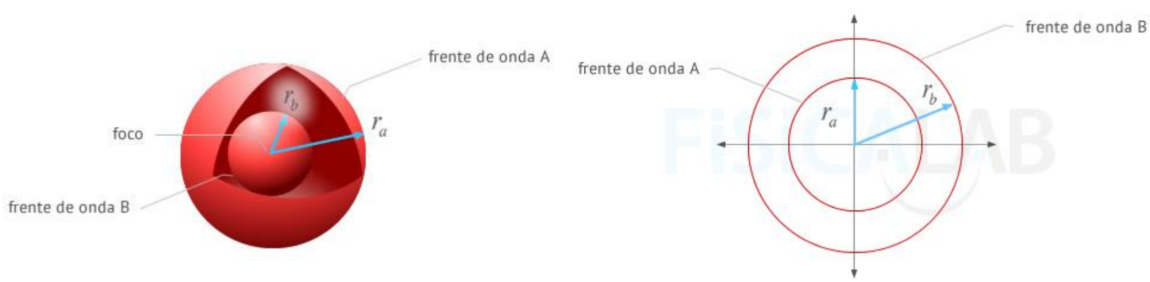


Figura 31. Frentes de onda de una fuente sonora puntual (foco). Tomada de (Fernández & Coronado, 2013)

La intersección de estos frentes de onda con el plano de la página genera frentes de onda circulares. Aquí siempre la representación gráfica será sobre el plano de la página, por lo que siempre se tendrán frentes de onda representados por circunferencias, aunque en la realidad estos sean esféricos. Aquí se debe realizar

[1] (GIANCOLI, 2009)

una aclaración los frentes de onda son esféricos si el medio es isotrópico (las mismas condiciones físicas en todas las direcciones). (Serway & Jewett, jr, 2019)

Tal como se mencionó antes el efecto Doppler se presenta por el movimiento relativo entre la fuente sonora y el observador. De acuerdo con esto se pueden presentar los siguientes casos

- *La fuente y el observador se encuentran en reposo relativo el uno respecto al otro al otro.* En este caso tanto la fuente como el observador se mueven ambos en la misma dirección y con igual velocidad, por lo que se pueden consideran como si estuviesen en reposo. En este caso los frentes de onda emitidos por la fuente llegan al observador igualmente espaciados en el tiempo, es decir, el número de frentes de onda que llegan al observador en un determinado tiempo es el mismo que emite la fuente en dicho tiempo, por lo que el observador no percibe un cambio alguno en la frecuencia de las ondas sonoras provenientes de la fuente. Es decir, no se presenta el efecto Doppler y el observador percibe la misma frecuencia a la que emite la fuente

Figura 32. *Foco y observador en reposo.* Los círculos concéntricos de la figura representan los frentes de onda emitidos por el altavoz. A la derecha, un observador en reposo percibirá la misma longitud de onda λ emitida por el foco. Tomada de (Fernández & Coronado, 2013)

- *Movimiento relativo entre la fuente y el observador: el observador y la fuente se acercan o se alejan el uno respecto al otro.* En este caso existe un movimiento relativo entre la fuente y el observador, bien sea que la fuente se acerque al observador o se aleje de este. Este caso se representa en la figura33.

En la figura 33, la fuente sonora se representa por una locomotora que se mueve con una velocidad v_F respecto a la tierra y se tienen dos observadores uno delante de la locomotora (O_2) que de mueve con una velocidad v_{O2} respecto de tierra. La velocidad (magnitud y dirección) de este observador es tal que el su movimiento relativo respecto a la fuente sonora da como resultado un acercamiento. Y un observador O_1, cuya velocidad respecto a tierra es v_{O1}, pero a diferencia del observado O_2, este se aleja de la fuente.

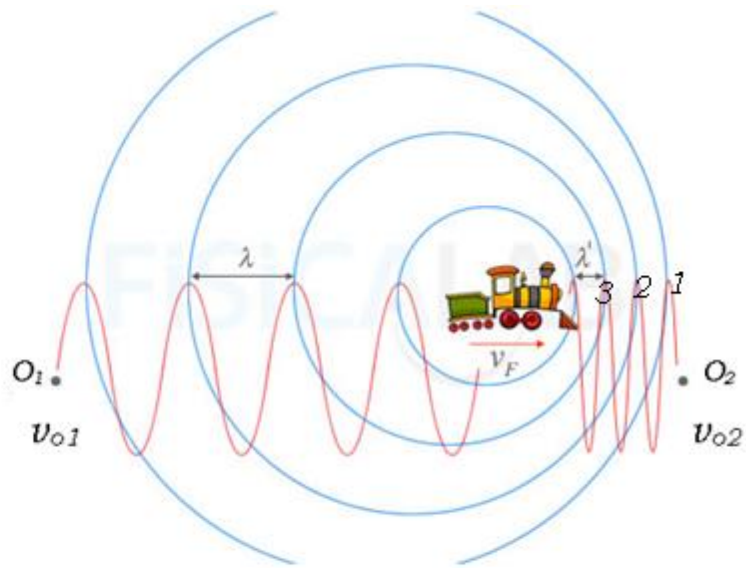


Figura 33. *Fuente y observadores en movimiento*. Los frentes de onda generados por un foco en movimiento hacia la derecha. La frecuencia percibida por los receptores será distinta, y dependerá de si el emisor se acerca o se aleja de ellos. Tomado de (Fernández & Coronado, 2013)

Daré aquí una breve explicación del cómo es que los observadores O_1 y O_2 perciben frecuencias diferentes, aunque estas provengan de la misma fuente. Como ya se mencionó la fuente se está acercando al observador O_2 y alejando del O_1.

Estando la fuente en la posición P_1 emitió el sonido correspondiente al frente de onda *1*, cuando este frente de onda llega al observador O_1, la posición de la fuente habrá cambiado P_2 (puesto que se está moviendo hacia la derecha), donde emite el sonido correspondiente a *2*. Dado que la fuente esta ahora más cerca de O_2 y más lejos de O_1 este frente tarda menos tiempo en llegar a O_2 y más tiempo en llegar a O_1, exactamente pasa lo mismo con los sucesivos sonidos emitidos por la fuente; cada frente llega primero a O_2 y posterior mente a O_1, lo que esto significa es que en el mismo intervalo de tiempo llegan más frentes de onda a O_2 que a O_1.

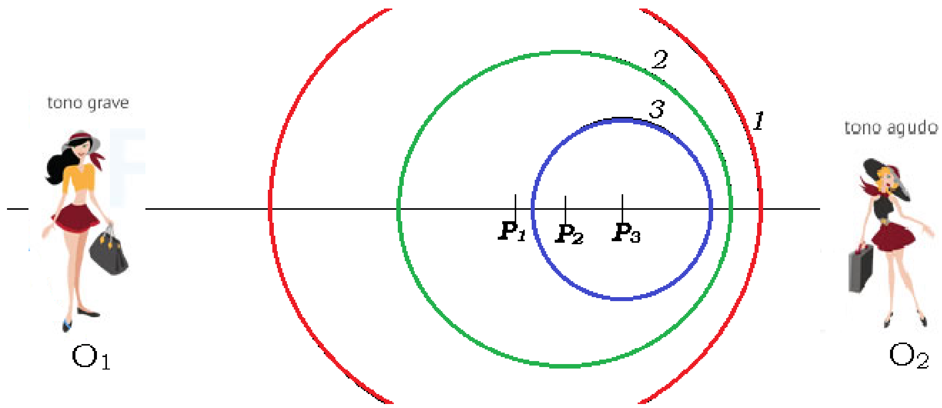


Figura 34. Forma en que los observadores captan las ondas provenientes de la fuente. Autoría propia

El observador O_1 mide una longitud de onda más larga que la longitud de onda que mide el observador O_2, y, puesto que la longitud de onda es inversamente proporcional a la frecuencia estos medirán frecuencias diferentes, más bajas para O_1 y más altas para O_2. Es decir, el observador O_1 escucha un tono más grave mientras, que el O_2 uno más agudo. Figura 34.

Es de anotar que en el anterior análisis no se ha tenido en cuenta que el medio en el que viajan las ondas sonoras también se puede estar moviendo, es decir, el medio está en reposo. La ecuación que nos permite obtener la frecuencia $\tilde{f}$ que capta un observador cuando la fuente se aleja o se acerca a él es

$$\tilde{\boldsymbol{f}} = \frac{\boldsymbol{v_s} \pm \boldsymbol{v_o}}{\boldsymbol{v_s} \mp \boldsymbol{v_f}} \boldsymbol{f_o} \qquad (\mathbf{1})$$

En esta ecuación. $v_{s,}$ es la velocidad del sonido ($v_s = 343\ {}^{m}/_{s}$), v_o la velocidad del observador y v_f la velocidad de la fuente.

Una estrategia para saber que signos utilizar en la anteriro ecuación es recordar que si la fuente se acerca al observador la frcuencia percibida por este aumeneta por lo tanto en el numerador ira "+" y en denomidador "-". Y si la fuente se aleja del obervador la frecuencia captada disminuye entonces en este caso ira menos en numerador y "+" en el denomidor.

La ecuacion (1) se ve modificada cuando el medio en el cual se propaga el sonido (por ejemplo, hay viento o existe un flujo, etc) se mueve con una velocidad v_m respecto de tierra. Al tener en cuenta el moviento del medio la esta se transforma en

$$\tilde{\boldsymbol{f}} = \frac{\boldsymbol{v_s} \pm (\boldsymbol{v_o} - \boldsymbol{v_m})}{\boldsymbol{v_s} \mp (\boldsymbol{v_f} - \boldsymbol{v_m})} \boldsymbol{f_o} \qquad (\mathbf{2})$$

De la ecuación (2) podremos decir que la cantidad $(\boldsymbol{v_o} - \boldsymbol{v_m})$, es la velocidad relativa del observador respecto del medio, de igual manera $(\boldsymbol{v_f} - \boldsymbol{v_m})$, es la velocidad relativa de la fuente respecto al medio. Es de anotar que esta ecuación es mucho más general que ecuación (1), pues esta es un caso particular de la ecuación (2) cuando la velocidad del medio es igual acero. E n esta ecuación la velocidad del medio tiene signo y este depende de la dirección del movimiento del observador y la fuente respecto del medio.

El efecto Doppler tiene cualquier cantidad de aplicaciones, por ejemplo, en la medicina se utiliza para imágenes diagnosticas. Los radares que utilizan los policías funcionan con base al efecto Doppler. Debemos de anotar que también existe el efecto Doppler electromagnético y que gracias a este el astrónomo estadounidense Edwin Hubble (1889 – 1953), descubrió que el universo estaba en expansión[2], es decir, no era estático como lo creían muchos otros físicos, entre ellos Albert Einstein, error que posteriormente reconoció.

[2] (Walker, Halliday, & Resnick, Fundamentals of physics, 2014)

PROBLEMAS RESUELTOS DE EFETO DOPPLER

1. Dos silbatos de tren, A y B, tienen cada uno una frecuencia de 392 Hz. A se encuentra estacionario y B se mueve a la derecha (alejándose de A) a 35.0 m/s. Un receptor está entre los dos trenes y se mueve a la derecha a 15.0 m/s (figura). No sopla viento. Según el receptor, a) ¿qué frecuencia tiene A? b) ¿Y B? c) ¿Qué frecuencia del pulso detecta el receptor? (YOUNG & FREEDMAN, Física universitaria volumen 1. 13ª edición, 2013)

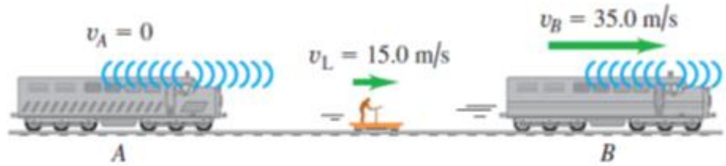


Figura 35.

Solución: Primero que todo se procederá a determinar la frecuencia que percibe el receptor proveniente del silbato de la locomotora A. En esta situación la velocidad de la fuente es cero y el receptor se aleja de esta por lo tanto la frecuencia que se percibe será menor a la emitida, lo que significa esto es que en el numerador debe ir "menos". Esto es

$$\tilde{f}_A = \frac{v_s - v_o}{v_s} f_{o-A}$$

$$\tilde{\boldsymbol{f}}_{\boldsymbol{A}} = \frac{343 - 15}{343} * 392\ Hz = \mathbf{374.86\ Hz}$$

Ahora calculamos la frecuencia que percibe el observador proveniente de la locomotora B, y teniendo en cuenta que esta se aleja relativamente al observador porque su velocidad respecto a tierra es mayor que la del receptor, por lo que, este percibe una frecuencia menor, por lo que en la ecuación ira en el denominador "mas" y en el numerador "mas" porque sus direcciones van en el mismo sentido, esto es

$$\tilde{f}_B = \frac{v_s + v_o}{v_s + v_f} f_o$$

$$\tilde{\boldsymbol{f}}_{\boldsymbol{B}} = \frac{343+15}{343+35} * 392\ Hz = \mathbf{371.26}\ \boldsymbol{Hz}$$

Como se puede observar la frecuencia que percibe el receptor de la fuente B es menor que la que percibe de la fuente A, esto se debe a que la velocidad relativa con que se aleja el observador de A es menor que con al que se aleja B de él.

La frecuencia de batido o de pulso se define como el valor absoluto de la diferencia de las frecuencias percibidas por el observador, esto es

$$\Delta f = \left|\tilde{f}_A - \tilde{f}_B\right|$$

$$\Delta f = |374.86 - 371.26|\ Hz = \mathbf{3.6}\ \boldsymbol{Hz}$$

2. An ambulance with a siren emitting a whine at 1600 Hz overtakes and passes a cyclist pedaling a bike at 2.44 m/s. After being passed, the cyclist hears a frequency of 1590 Hz. How fast is the ambulance moving? (Walker, Halliday, & Resnick, Fundamentals of physics, 2014)

Solución: La situación se representa en la figura 36. Se puede observar cuando la ambulancia pasa al ciclista las crestas (máximos) de las ondas cada vez se van separando más o que hace que el ciclista mida una longitud de onda las larga (una frecuencia más baja). En este caso tanto la fuente como el observador van en la misma dirección entonces tanto en el numerador como en el denominador ira “mas”

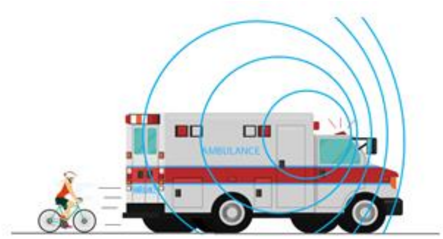


Figura 36.

$$\tilde{\boldsymbol{f}} = \frac{\boldsymbol{v_s} + \boldsymbol{v_o}}{\boldsymbol{v_s} + \boldsymbol{v_f}} \boldsymbol{f_o}$$

De esta ecuación debemos despejar la velocidad v_f de la ambulancia, que es nuestra incógnita, esto es

$$v_f = (v_s + v_o)\frac{f_o}{\tilde{f}} - v_s$$

$$v_f = (343 + 2.44) * \frac{1600}{1590} - 343 = \mathbf{4.61}\ {}^{m}/_{s}$$

3. Un murciélago que viaja hacia una polilla con una velocidad de 20.0 m/s, envía ondas sonoras ultrasónicas a 50.0 kHz y las recibe de regreso a partir de esta, que se mueve alejándose directamente de él a 25.0 m/s. ¿Cuál es la frecuencia del eco recibido por el murciélago proveniente de la polilla? ¿Qué frecuencia de pulso detecta el murciélago?

Solución: En este problema se tiene un doble efecto Doppler, en el primero el observador será el insecto que capta o percibe las ondas que provienen del murciélago, estas ondas pegan en el insecto y rebotan en este generando un *eco* (Es decir, ahora el insecto se convierte en una fuente generadora de ondas) que será lo que percibe el murciélago. Lo anterior se ilustra en la figura 7.

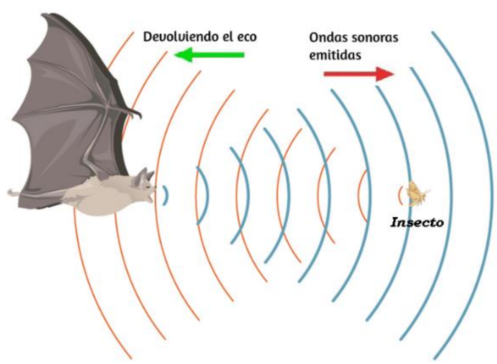


Figura 37. Doble efecto Doppler. Tomada de (Doria Andrade & Rivera Berrío, 2018)

La expresión para la frecuencia de las provenientes del murciélago que percibe el insecto es

$$\tilde{f}_{Ins} = \frac{v_s - v_{ins}}{v_s + v_{mur}} f_o$$

Ahora la expresión para la frecuencia del eco percibida por el murciélago es

$$\tilde{f}_{eco} = \frac{v_s - v_{mur}}{v_s + v_{ins}} \tilde{f}_{Ins}$$

Reemplazando la anterior ecuación se tiene

$$\tilde{f}_{eco} = \frac{v_s - v_{mur}}{v_s + v_{ins}} * \frac{v_s - v_{ins}}{v_s + v_{mur}} f_o$$

$$\tilde{f}_{eco} = \frac{343 - 20}{343 + 25} * \frac{343 - 25}{343 + 20} * 50 * 10^3 Hz$$

$$\tilde{f}_{eco} = 38.44 * 10^3 Hz \approx \mathbf{38 kHz}$$

La frecuencia de batidos es

$$\Delta f = |50 - 38|\, kHz = \mathbf{12\ kHz}$$

4. ***Ultrasonido en medicina***. Una onda sonora de 2.00 MHz viaja por el abdomen de una mujer embarazada y se refleja en la pared cardiaca del feto. La pared cardiaca se mueve hacia el receptor de sonido al latir el corazón. El sonido reflejado se mezcla con el transmitido, y se detectan 72 pulsos por segundo. La rapidez del sonido en el tejido corporal es de 1500 m/s. Calcule la rapidez de la pared cardiaca fetal, en el instante en que se hace la medición. (YOUNG & FREEDMAN, Física universitaria volumen 1. 13ª edición, 2013)

   Solución: Cuando se dice que la pared cardiaca (en este caso es el observador) se mueve hacia el receptor del sonido lo quiere decir es que el observador se está moviendo hacia el emisor del sonido (fuente). Aquí el receptor de sonido está en reposo, por lo que la ecuación Doppler para la frecuencia percibida por la pared cardiaca es

$$\tilde{\boldsymbol{f}}_{\boldsymbol{Pared}} = \frac{\boldsymbol{v_s + v_{pared}}}{\boldsymbol{v_s}} \boldsymbol{f_o}$$

Ahora bien, estas ondas rebotan (el eco) viajan de nuevo hacia el receptor de sonido. Es decir, La pared cardiaca se comporta como una fuente y el receptor de sonido ahora es el observador, entonces la frecuencia percibida por el receptor es

$$\tilde{f}_{Rec} = \frac{v_s}{v_s - v_{Pared}} \tilde{f}_{Pared}$$

Reemplazando la frecuencia que percibe la pared cardiaca se tiene

$$\tilde{f}_{Rec} = \frac{v_s}{v_s - v_{Pared}} * \frac{v_s + v_{pared}}{v_s} f_o$$

$$\boldsymbol{\tilde{f}_{Rec} = \frac{v_s + v_{pared}}{v_s - v_{Pared}} f_o}$$

Como se ha mencionado antes la frecuencia de batidos o pulsos es el valor absoluto de las dos frecuencias percibidas por el observador en este caso

$$\Delta f = \left|\tilde{f}_{Rec} - f_o\right| = 72\ Hz$$

Reemplazando

$$\frac{v_s + v_{pared}}{v_s - v_{Pared}} f_o - f_o = 72$$

Despejando para v_{Pared} se tiene

$$v_{pared} = \left(\frac{72}{72 + 2 * f_o}\right) v_s$$

$$v_{pared} = \left(\frac{72}{72 + 2 * 2 * 10^6}\right) 1500\, {}^{m}/_{s} = \mathbf{0.027}\, {}^{\boldsymbol{m}}/_{\boldsymbol{s}}$$

5. In Figure 38, a French submarine and a U.S. submarine move toward each other during maneuvers in motionless wáter in the North Atlantic. The French sub moves at speed v_{France}=50.00 km/h, and the U.S. sub at v_{US} = 70.00 km/h. The French sub sends out a sonar signal (sound wave in water) at 1.000*10^3 Hz. Sonar waves travel at 5470 km/h. (a) What is the signal's frequency as detected by the U.S.

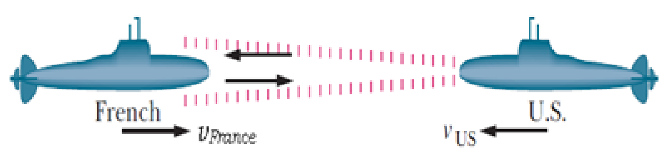


Figure 38.

sub? (b) What frequency is detected by the French sub in the signal reflected back to it by the U.S. sub? (Walker, Halliday, & Resnick, Fundamentals of physics, 2014)

Solución: Para solucionar este problema se puede proceder de dos maneras respecto de los datos suministrados, las unidades de las velocidades se pueden pasar a m/s o dejarlas como están y colocarlas así en la ecuación Doppler, al examinar esta ecuación se tiene que en la fracción si todas las velocidades se trabajan en las mismas unidades estas se cancelaran y Oslo quedan al final las unidades de frecuencia. Aquí como ejercicio adicional las unidades se pasarán a m/s, (se sugiere realizar los cálculos con las unidades suministradas en el problema)

$$v_{France} = \mathbf{50}\frac{\boldsymbol{km}}{\boldsymbol{h}} = 50\frac{km}{h} * \frac{1h}{3600s} * \frac{1000m}{1km} = \mathbf{13.89}\,{}^{\boldsymbol{m}}\!/_{\boldsymbol{s}}$$

$$v_{US} = \mathbf{70}\frac{\boldsymbol{km}}{\boldsymbol{h}} = 70\frac{km}{h} * \frac{1h}{3600s} * \frac{1000m}{1km} = \mathbf{19.44}\,{}^{\boldsymbol{m}}\!/_{\boldsymbol{s}}$$

$$v_s = \mathbf{5470}\frac{\boldsymbol{km}}{\boldsymbol{h}} = 5470\frac{km}{h} * \frac{1h}{3600s} * \frac{1000m}{1km} = \mathbf{1519.44}\,{}^{\boldsymbol{m}}\!/_{\boldsymbol{s}}$$

Ya que se tienen las unidades en el sistema internacional ahora si se procede a solucionar el problema, en el ítem (a) se tiene el submarino americano es el observador y el francés es la fuente de sonido, dado que se están acercando el uno al otro la frecuencia detectada por el submarino americano es mayor que la frecuencia que emite el Frances por lo tanto en la ecuación Doppler en el numerador ira “mas” y en el denominador “menos”

$$\tilde{f}_{US} = \frac{v_s + v_{US}}{v_s - v_{France}} f_o$$

$$\tilde{\boldsymbol{f}}_{\boldsymbol{US}} = \frac{1519.44 + 19.44}{1519.44 - 13.89} * 1000Hz = \mathbf{1022.14}\ \boldsymbol{Hz}$$

(b) Ahora la señal que llega al submarino americano se refleja en este y viaja de regreso hacia el submarino francés. El submarino americano emite ondas con la misma frecuencia con que las percibe (ahora el submarino americano es la fuente y el francés el observador), es decir, hay un doble efecto Doppler. La frecuencia de las ondas reflejadas que percibe el submarino francés está dada por

$$\tilde{f}_{France} = \frac{v_s + v_{Frnce}}{v_s - v_{US}} \tilde{f}_{US}$$

En esta ecuación se usarán las velocidades dadas inicialmente sin realizar la conversión

$$\tilde{\boldsymbol{f}}_{\boldsymbol{France}} = \frac{5470 + 50}{5470 - 70} * 1022.14Hz = \mathbf{1044.85}\boldsymbol{Hz}$$

6. Solucione el anterior problema, pero ahora considere una corriente submarina 5 m/s que va dirección del sub Frances.

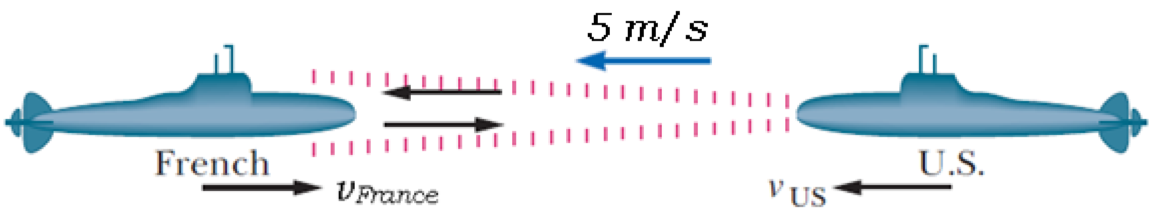


Figura 39. Tomada de (Walker, Halliday, & Resnick, Fundamentals of physics, 2014)

Para solucionar este problema ya no se podrá utilizar la ecuación *normal* que se ha usado hasta ahora, puesto que, ahora el medio en el cual se propaga el sonido esta en movimiento por lo que se debe utilizar la ecuación (2)

$$\tilde{\boldsymbol{f}} = \frac{\boldsymbol{v_s} \pm (\boldsymbol{v_o} - \boldsymbol{v_m})}{\boldsymbol{v_s} \mp (\boldsymbol{v_f} - \boldsymbol{v_m})} \boldsymbol{f_o}$$

(a) En este caso se tiene

$$\tilde{f}_{US} = \frac{v_s + (\boldsymbol{v_{US}} - \boldsymbol{v_m})}{v_s - (\boldsymbol{v_{France}} + \boldsymbol{v_m})} f_o$$

Reemplazando los valores dados se tiene

$$\tilde{f}_{US} = \frac{1519.44 + (19.44 - 5)}{1519.44 - (13.89 + 5)} * 1000Hz = \mathbf{1015.44Hz}$$

Como se puede observar esta frecuencia es diferente (menor) a la frecuencia que percibe el sub americano cuando no se tiene en cuenta la velocidad del medio, esto se debe a que las ondas sonoras se mueven en un medio que les causa una especie de *resistencia* (se mueven contra corriente).

(b) Ahora se determinará la frecuencia de la señal que detecta el sub francés proveniente del sub americano

$$\tilde{f}_{Frances} = \frac{\boldsymbol{v_s + (v_{France} + v_m)}}{\boldsymbol{v_s - (v_{US} - v_m)}} \tilde{f}_{US}$$

$$\tilde{f}_{Frances} = \frac{1519.44 + (13.89 + 5)}{1519.44 - (19.44 - 5)} * 1015.44Hz = \mathbf{1022.15Hz}$$

7. Durante una revista aérea, una aeronave vuela directamente hacia las gradas donde se encuentran los espectadores a una velocidad de 1000 km/h, emitiendo un sonido con una frecuencia de 3500 Hz. (a) ¿Qué frecuencia perciben los observadores? (b) ¿Qué frecuencia perciben una vez que la aeronave los pasa alejándose de ellos?

Solución: La situación se ilustra en la figura 10, las ondas que emite la aeronave viajan hacia los observadores que se encuentran en reposo

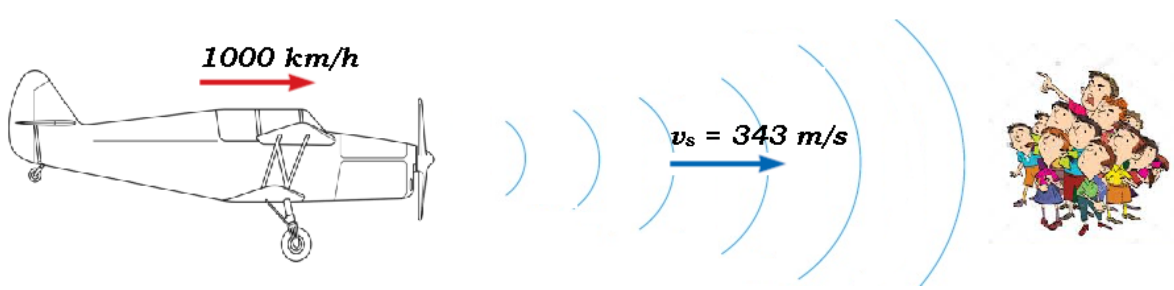


Figura 40. Ondas sonoras viajando hacia los espectadores en reposo. Autoría propia

La velocidad de la aeronave (fuente de las ondas) es de 277.78 m/s (1000 km/h).

$$\tilde{f} = \frac{v_s + v_o}{v_s + v_f} f_o = \frac{v_s}{v_s - v_f} f_o$$

$$\tilde{f} = \frac{343}{343 - 277.78} * 3500Hz = \mathbf{18407}\boldsymbol{Hz}$$

En esta ecuación en el denominador se utilizó el "menos" puesto que las ondas viajan hacia los observadores al igual que la fuente (aeronave), y paro los observadores cero puesto que están en reposo.

8. ***Problema de repaso***. Un halcón vuela horizontalmente a 15 m/s a una altura de 200 sobre el suelo. La presa que lleva entre sus garras (ratón) se le suelta al despistado halcón. Dos segundos después de haberse liberado el ratón el halcón percibe un sonido proveniente del desesperado ratón, quien emite ondas sonoras con una frecuencia de 25kHz. ¿Cuál es la frecuencia del sonido percibido por el halcón?

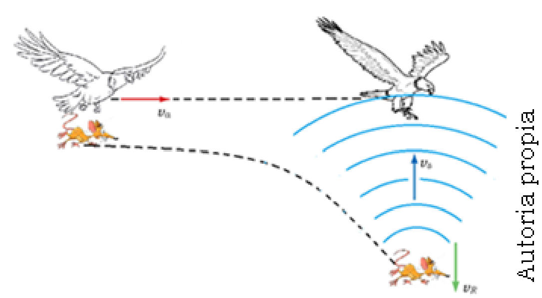


Figura 41. Raton emitiendo sonidos

Solución: Primero que todo se tiene que el ratón que es la fuente de las ondas sonoras está en caída libre (aunque en realidad realiza un movimiento parabólico), nos interesa solo el movimiento en dirección y dado que las ondas viajan directamente del ratón hacia el halcón (observador en este caso), y puesto que el ratón sale con la misma velocidad que lleva el halcón, siempre se encontrara en la misma posición horizontal del halcón, solo que la gravedad lo hará descender y vaya ganando velocidad vertical, de ahí que debamos calcular la componente vertical de la velocidad del ratón a los dos segundos después de haberse liberado (pues las ondas viajan del ratón hacia el halcón). Aquí la velocidad vertical del halcón es cero pues está volando horizontalmente. La situación se representa en la figura 41.

La rapidez vertical que tiene el ratón a los dos segundos es

$$v_{y-ratón} = gt = 9.8\,{}^{m}/_{s^2} * 2s = \mathbf{19.6\ {}^{m}/_{s}}$$

La ecuación Doppler será

$$\tilde{f} = \frac{v_s}{v_s + v_{y-ratón}} f_o = \frac{343}{343 + 19.6} * 25000Hz$$

$$\tilde{\boldsymbol{f}} = \mathbf{23648.65}\boldsymbol{Hz}$$

9. Los murciélagos de herradura (género Rhinolophus) emiten sonidos por las fosas nasales y luego escuchan la frecuencia del sonido reflejado de su presa para determinar la rapidez de esta. (La “herradura” que da al animal su nombre es una depresión alrededor de las fosas nasales que actúa como espejo de enfoque y permite al animal emitir sonido en un haz angosto, como una linterna). Un Rhinolophus que vuela con una rapidez $v_{murciélago}$ emite sonidos de frecuencia $f_{murciélago}$; la frecuencia que oye reflejada de un insecto que vuela hacia él tiene un valor más alto f_{refl}. a) Demuestre que la rapidez del insecto es

$$v_{insecto} = v_s \left[\frac{f_{refl}(v_s - v_{murcielago}) - f_{murciélago}(v_s + v_{murciélago})}{f_{refl}(v_s - v_{murcielago}) + f_{murciélago}(v_s + v_{murciélago})} \right]$$

donde v_s es la rapidez del sonido. b) Si $f_{murciélago}$ = 80.7 kHz, f_{refl} =83.5 kHz y $v_{murciélago}$ = 3.9 m/s, calcule la rapidez del insecto.

Solución: La situación del se ilustra en la figura 42.

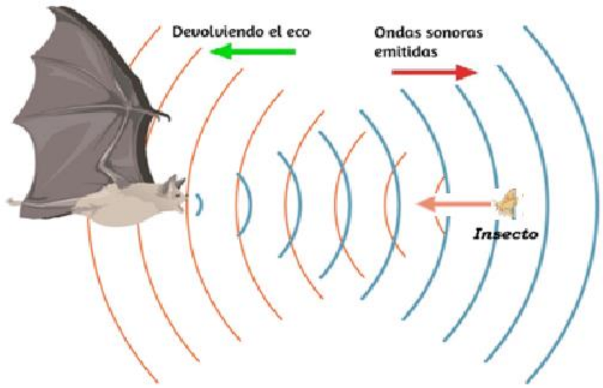


Figura 42. Sonido reflejado por el insecto captado por el murciélago. Tomada de (Doria Andrade & Rivera Berrío, 2018)

Las ondas provenientes del murciélago llegan al insecto y este las percibe con una frecuencia mayor a la que emite este, pues los dos se están acercando el uno al otro, por lo tanto, la frecuencia percibida por el insecto es

$$\tilde{f}_{Insecto} = \frac{v_s + v_{insecto}}{v_s - v_{murciélago}} f_{murciélago}$$

Las ondas que llegan al insecto se reflejan (eco) en este hacia el murciélago y este las percibe con una frecuencia mayor a las reflejadas por el insecto pues este vuela hacia ellas. La frecuencia de las ondas reflejadas percibidas por el murciélago es

$$\tilde{f}_{refl} = \frac{v_s + v_{murciélago}}{v_s - v_{insecto}} \tilde{f}_{Insecto}$$

Reemplazando la frecuencia del insecto en esta ecuación se tiene

$$\tilde{f}_{refl} = \frac{v_s + v_{murciélago}}{v_s - v_{insecto}} * \frac{v_s + v_{insecto}}{v_s - v_{murciélago}} f_{murciélago}$$

$$\tilde{f}_{refl}(v_s - v_{insecto})(v_s - v_{murciélago}) = (v_s + v_{murciélago})(v_s + v_{insecto}) f_{murciélago}$$

Después de destruir los paréntesis y despejar para $v_{insecto}$ se tiene

$$v_{insecto} = \frac{\tilde{f}_{refl}(v_s - v_{murciélago}) - f_{murciélago}(v_s + v_{murciélago})}{\tilde{f}_{refl}(v_s - v_{murciélago}) + f_{murciélago}(v_s + v_{murciélago})} * v_s$$

Que era lo que se quería demostrar

10. *Problema de repaso*. Un bloque con una bocina atornillada a él se conecta a un resorte que tiene una constante de resorte k = *20.0 N/m* y oscila, como se muestra en la figura. La masa total del bloque y la bocina es de 5.00 kg, y la amplitud de movimiento de esta unidad es 0.500 m. La bocina emite ondas sonoras de frecuencia 440 Hz. Determine (a) la frecuencia más alta y (b) la frecuencia más baja escuchadas por la persona a la derecha de la bocina. (Serway & Jewett, Jr., 2019)

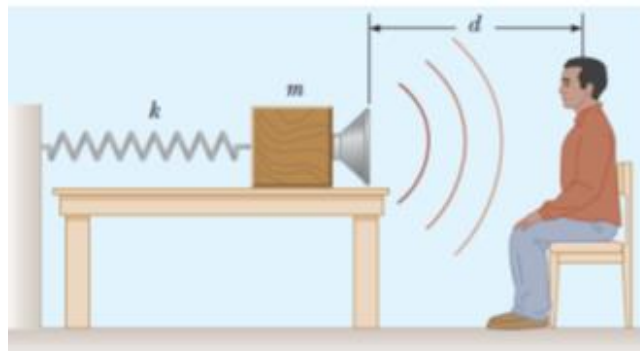


Figura 43.

Solución: Como se sabe el observador escucha una mayor frecuencia cuando hay un acercamiento relativo entre este y la fuente, además esta frecuencia aumentara entre mayor sea la velocidad relativa entre Fuente-observador. Y sucede examante lo contrario cuando la fuente se aleja del observador, por lo tanto, la máxima frecuencia será cuando la fuente se esté acercando al observador con su máxima, y la mínima frecuencia será cuando se aleje del observador con su máxima velocidad. Ahora bien, dado que la bocina realiza un movimiento armónico simple, debemos recordar que la máxima velocidad para un cuerpo con MAS está dada por

$$v_{máx} = wA$$

De donde A es la amplitud del movimiento, y w es la frecuencia angular $\left(w = \sqrt{k/_M}\right)$

$$w = \sqrt{k/_M} = \sqrt{\frac{20.0\ N/m}{5kg}} = 2Hz$$

$$\boldsymbol{v_{máx}} = 2Hz * 0.5m = \mathbf{1}\ ^{\boldsymbol{m}}/_{\boldsymbol{s}}$$

Ahora se procederá a determinar la máxima frecuencia que percibe el observador proveniente de la fuente teniendo en cuenta que este se encuentra en reposo.

$$\tilde{\boldsymbol{f}}_{\boldsymbol{m}áx} = \frac{v_s}{v_s - v_{máx}} f_o = \frac{343}{343 - 1} * 440\ Hz = 441.29\ Hz$$

Y la frecuencia mínima es

$$\tilde{\boldsymbol{f}}_{\boldsymbol{m}í\boldsymbol{n}} = \frac{v_s}{v_s + v_{máx}} f_o = \frac{343}{343 + 1} * 440\ Hz = \mathbf{478.72}\ \boldsymbol{Hz}$$

INTERFERENCIA DE ONDAS MECANICAS

Para darnos una idea de lo que es la interferencia de ondas a continuación presentare la definición que dan algunos textos.

"*La combinación de ondas separadas en la misma región del espacio para producir una onda resultante se denomina* ***interferencia***". (Serway & Jewett, jr, 2019)

"La ***interferencia*** *es un fenómeno que ocurre cuando dos ondas pasan a través de una misma región simultáneamente".* (GIANCOLI, C., 2009)

"*En general, el término* ***interferencia*** *se refiere a lo que sucede cuando dos o más ondas pasan por la misma región al mismo tiempo*". (YOUNG & FREEDMAN, Física universitaria volumen 1. 13ª edición, 2013)

De acuerdo con las definiciones anteriores podemos decir que la interferencia tiene su fundamento en el principio de *superposición*[3]. Este principio establece para el caso de las ondas, que la función de onda resultante en un punto determinado de un medio donde llegan dos o más ondas es la suma algebraica de los valores de las funciones de onda de las ondas individuales. Es de anotar que para las ondas este principio es válido siempre y cuando la amplitud de las ondas sea menor que la longitud de onda de estas, es decir, ondas lineales.

Sean $y_1(x,t)$ y $y_2(x,t)$, las funciones de onda para las ondas que se propagan a través de un medio material (lineal, isotrópico) cualquiera, entonces la función

[3] *El principio de superposición o teorema de superposición* es una herramienta matemática que permite descomponer un problema lineal o de otro tipo en dos o más subproblemas más sencillos, de tal manera que el problema original se obtiene como "superposición" o "suma" de estos subproblemas más sencillos. (es.wikipedia.org)

de onda resultante en un punto cualquiera de acuerdo con el principio de superposición será

$$y(x,t) = y_1(x,t) + \ y_2(x,t)$$

Gracias al principio de superposición se puede entender cómo es que dos ondas pueden pasar la una sobre la otra y seguir su camino sin destruirse o modificarse.

Como se acaba de ver debemos tener en cuenta que la palabra *interferencia* en física no tiene el mismo significado que el de la vida cotidiana (Acción y efecto de interferir), por lo tanto, no debemos tomarla literalmente cuando la veamos en algún libro de texto, lo que debemos hacer es contextualizar para saber a qué hace referencia.

Interferencia de ondas en cuerdas: Una consecuencia de la interferencia de ondas en cuerdas, son las ondas estacionarias.

Las ondas estacionarias en cuerdas son patrones que se obtienen de la interferencia de dos ondas armónicas que viajan sobre la cuerda en direcciones opuestas con la misma frecuencia, amplitud y longitud de onda. Esto es

$$y_1 = A_0 \sin(kx - wt) \qquad\qquad y_2 = A_0 \sin(kx - wt)$$

Donde y_1 es una onda que viaja hacia la derecha y y_2 viaja a la izquierda. Si se aplica el principio de superposición se tiene

$$y(x,t) = A_0 \sin(kx - wt) + \ A_0 \sin(kx - wt)$$

Aplicando la identidad trigonométrica

$$\boldsymbol{\sin(\alpha \ \pm \ \beta) = \ \sin\alpha\cos\beta \pm \sin\beta\cos\alpha}$$

Se tiene

$$y(x,t) = [2\,A_0 \sin(kx)]\cos(wt)$$

Esta ecuación se denomina ecuación de onda estacionaria y no es la ecuación de una onda viajera, pues no contiene una función de $(kx \pm wt)$, por lo tanto, sobre la cuerda no se observa una onda que viaje de un lado a otro, lo que se observa es que diferentes puntos de la cuerda vibran con diferentes amplitudes, por lo que la ecuación de onda estacionaria se puede reescribir como

$$y(x,t) = A\cos(wt)$$

De donde $A = 2\,A_0 \sin(kx)$, es la amplitud de la onda estacionaria. La figura 44, ilustra un patrón típico de onda estacionaria.

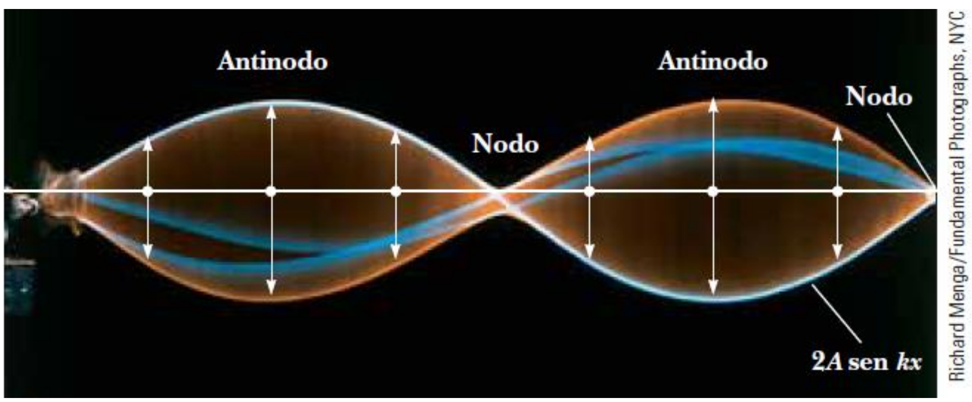


Figura 44. Patrón de onda estacionaria. Tomada de (Serway & Jewett, Jr., 2019)

En la figura se pueden observar puntos donde la amplitud de vibración es máxima (antinodos), y puntos donde la cuerda no vibra (nodos), en estos puntos la amplitud es cero. También suele decirse que los antinodos son aquello puntos donde las ondas interfieren constructivamente y los nodos son puntos de interferencia destructiva.

La posición de los nodos y antinodos en una cuerda se pueden conocer, para ello se utiliza la ecuación de la amplitud.

- *Posición de los antinodos*. Como se dijo arriba en los antinodos la amplitud de la onda estacionaria es máxima esto significa que

$$A = 2A_0$$

Para que esto suceda se tiene que $\sin(kx) = 1$, por lo que

$$kx = n\frac{\pi}{2}; \quad n = 1, 3, 5, \ldots \; si\ la\ cuerda\ esta\ fija\ en\ el\ extremo\ x = 0$$

Recordando que $k = {}^{2\pi}/_{\lambda}$

$$\boldsymbol{x = n\frac{\lambda}{4}}$$

- *Posición de los nodos.* En los nodos la cuerda no vibra por lo que

$$A = 2\,A_0 \sin(kx) = 0$$

Por lo tanto, $\sin(kx) = 0$. Lo cual se cumple si

$$kx = n\pi; \quad n = 0, 1, 3 \ldots .\, si\ la\ cuerda\ esta\ fija\ en\ el\ extremo\ x = 0$$

$$\boldsymbol{x = n\frac{\lambda}{2}}$$

Si la cuerda no está fija en el extremo $x = 0$, este constituye un antinodo. De lo anterior se puede concluir que la separación entre un nodo y un antinodo adyacentes es de ${}^{\lambda}/_{4}$.

Las diferentes formas en que puede vibrar una cuerda (patrón de interferencia) se denomina modos normales de vibración. La figura 45 ilustra los primeros cuatro patrones o modos en que puede vibrar una cuerda fija en ambos extremos. La ecuación mediante la cual se relaciona la longitud de la cuerda con la longitud es

$$\boldsymbol{L = n\frac{\lambda}{2}}; \qquad n = 1, 2, 3, ..$$

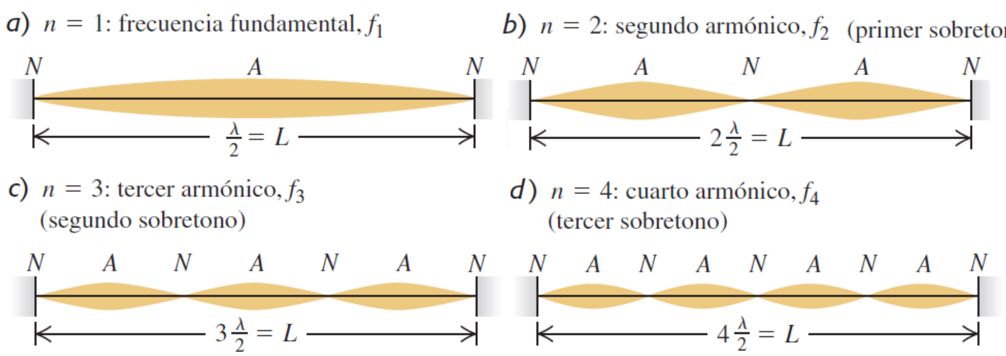


Figura 45. Modos normales de vibración de una cuerda tensa. Tomada de (YOUNG & FREEDMAN, Física universitaria volumen 1. 13ª edición, 2013)

La frecuencia de vibración para cada modo está relacionada con la frecuencia para el primer armónico o fundamental mediante

$$\boldsymbol{f_n = nf_1}; \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

Cada frecuencia que es un múltiplo entero de la frecuencia fundamental, f_1, se le llama sobretono.

Nota importante: Las ondas estacionarias en cuerdas también es una consecuencia del fenómeno de resonancia, esto debido a que las ondas que se están superponiendo tienen la misma frecuencia.

Interferencia de ondas sonoras.

- *Ondas estacionarias en una columna de aire.* En un tubo que contiene una columna de aire o un gas también se pueden presentar ondas estacionarias, estas se presentan debido a la vibración del aire dentro del tubo. Para que el aire vibre se necesita de un agente externo, puede ser un oscilador (parlante o bocina) o un intérprete, en el caso de los instrumentos de viento (una flauta, órgano, saxofón, etc.).

  Las ondas estacionarias son resultado de la interferencia entre ondas sonoras longitudinales que viajan en direcciones opuestas. Estas ondas se

pueden presentar en tubos abiertos en ambo extremos o abierto en un extremo y cerrado en el otro. En los extremos abiertos siempre se genera un antinodo, y en el extremo cerrado un nodo.
La figura 46, ilustra los diferentes modos en que puede resonar un tubo abierto.

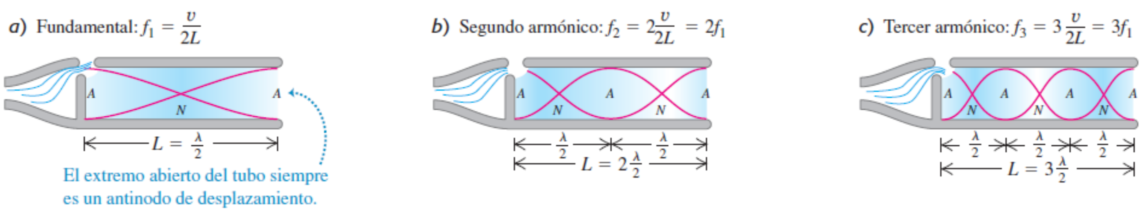


Figura 46. Corte transversal de un tubo abierto en el que se muestran los primeros tres modos normales. Tomado de (Serway & Jewett, Jr., 2019)

Para tubos abierto se tiene.

$$f_1 = \frac{v}{2L}$$

$$L = n\frac{\lambda_n}{2} \qquad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$f_n = \frac{v}{2L}$$

$$f_n = nf_1$$

En la figura 47 se ilustran los modos resonantes de los tubos cerrados

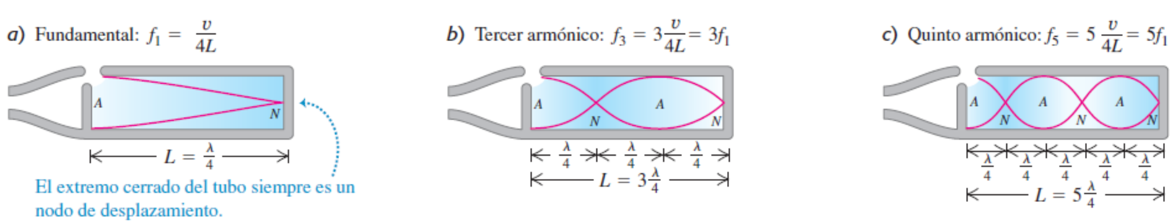


Figura 47. Corte transversal de un tubo cerrado que muestra los primeros tres modos normales, así como los nodos y antinodos de desplazamiento. Solo son posibles armónicos impares. Tomado de (Serway & Jewett, Jr., 2019)

Para los tubos cerrados se tiene

$$f_1 = \frac{v}{4L}$$

$$L = n\frac{\lambda_n}{4} \qquad\qquad (n = 1, 3, 5, \dots)$$

$$f_n = \frac{nv}{4L}$$

$$f_n = nf_1$$

- Consideremos la siguiente situación, dos altavoces (S_1 y S_2) que son alimentados en por una misma fuente (amplificador), lo que implica que estos están en fase. Las ondas sonoras provenientes de estos altavoces llegan hasta un observador ubicado en P después de recorrer distancias r_1 y r_2, respectivamente. Tal situación se muestra en la figura 48.

  El observador se encuentra por fuera de la línea media que une los dos altavoces. Lo que pretendemos es determinar que escucha el observador. Para ello vamos a suponer que las ondas provenientes de los altavoces son armónicas, es decir, sus funciones de onda son senoidales.

$$y(r, t) = A\sin(kr - wt)$$

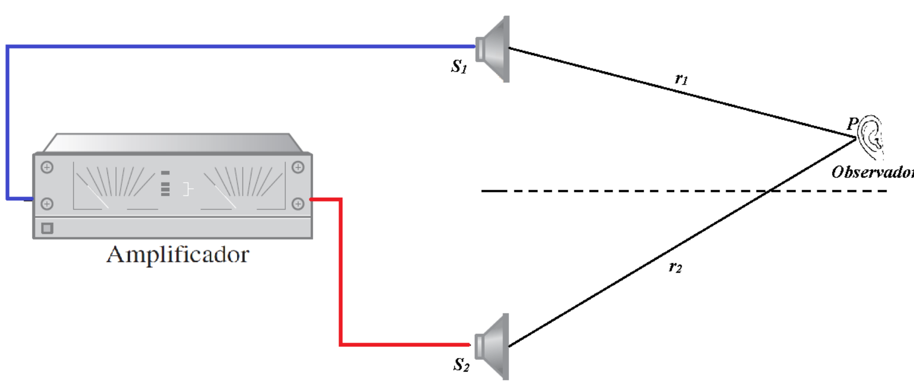


Figura 48. Altavoces alimentados por la misma fuente. Autoría propia

Cuando las ondas llegan al observador en P se tiene

$$y_1(r_1, t) = A_0 \sin(kr_1 - wt)$$
$$y_2(r_2, t) = A_0 \sin(kr_2 - wt)$$

Es de resaltar que las ondas tienen la misma frecuencia por tiene la misma fuente que las alimenta.

De acuerdo con el principio de superposición se tiene

$$\boldsymbol{y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)}$$

$$\boldsymbol{y(r,t)} = A_0 \sin(kr_1 - wt) + A_0 \sin(kr_2 - wt)$$

Utilizando la identidad trigonométrica

$$\boldsymbol{\sin\theta + \sin\beta = 2\cos\left(\frac{\theta-\beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\theta+\beta}{2}\right)}$$

Se tiene

$$\boldsymbol{y(r,t) = 2A_0\cos\left(\frac{k*\Delta r}{2}\right)\sin(k\bar{r} - wt)}$$

De donde $\Delta r = |r_1 - r_2|$ y $\boldsymbol{\bar{r}} = {(r_1 + r_2)}/{2}$

La anterior ecuación se puede escribir como

$$\boldsymbol{y(r,t) = A\sin(k\bar{r} - wt)}$$

Donde $A = 2A_0 \cos\left(\frac{k*\Delta r}{2}\right)$.

Como se puede ver el resultado en *P* es una onda armónica con la misma frecuencia y longitud de onda de las originales, pero la amplitud de esta depende de la diferencia de caminos recorridos por las ondas individuales para llegar hasta *P*. De acuerdo con esto diremos que se presenta una interferencia destructiva (el observador no escucha, mínimo) si $A = 0$ y constructiva (máximo) si $A = 2A_O$.

Interferencia destructiva. Para que la amplitud de la onda resultante sea un mínimo se tiene que

$$\cos\left(\frac{k * \Delta r}{2}\right) = 0$$

Esto equivale a que

$$\frac{k * \Delta r}{2} = n\frac{\pi}{2} \qquad (n = 1, 3, 5, \dots)$$

Recordando que $k = {}^{2\pi}/_{\lambda}$, se tiene

$$\boldsymbol{\Delta r = n\frac{\lambda}{2}} \qquad (n = 1, 3, 5, \dots)$$

Es decir, se tendrá un mínimo cuando la diferencia de caminos recorridos por las ondas sea un numero impar de semi longitudes de onda.

Interferencia constructiva. Esta se logra si

$$\cos\left(\frac{k * \Delta r}{2}\right) = 1$$

Esto es cuando

$$\frac{k * \Delta r}{2} = n\pi \qquad (n = 1, 2, 3, \dots\dots)$$

Es decir, cuando

$$\boldsymbol{\Delta r = n\lambda} \qquad (n = 1, 2, 3, \dots.)$$

Lo anterior significa que se tendrá un máximo si la diferencia de caminos corresponde a un número entero de longitudes de onda.

- Consideremos ahora la situación en que el observador está ubicado en el punto *P*, sobre la línea media perpendicular a la línea que une los dos altavoces S_1 y S_2. Pero ahora a pesar de que los dos altavoces están conectados al mismo amplificador, estos no están en fase (esta situación es muy común en nuestros hogares cuando al conectar los parlantes de nuestro reproductor de sonido invertimos los cables de conexión). Lo anterior significa que nuestras fuentes sonoras S_1 y S_2 presentan un desfase φ. En este caso las distancias recorridas por cada onda hasta llegar al observador son las mismas ($r_1 = r_2 = r$).

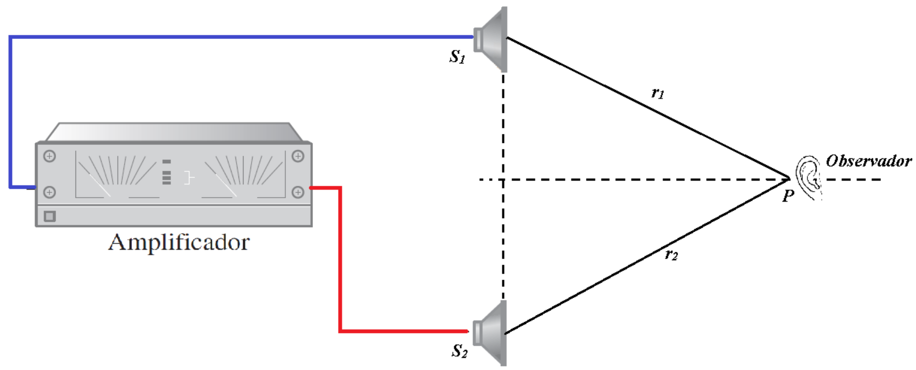


Figura 49. Interferencia por diferencia de fase. Autoría propia

Por lo anterior las funciones de onda para cada onda proveniente de los altavoces es

$$y_1(r,t) = A_0 \sin(kr - wt + \varphi)$$
$$y_2(r,t) = A_0 \sin(kr - wt)$$

Por lo tanto, en P se tiene

$$y(r,t) = A_0 \sin(kr - wt + \varphi) + A_0 \sin(kr - wt)$$

$$\boldsymbol{y(r,t) = A \sin\left(kr - wt - \frac{\varphi}{2}\right)}$$

De donde $A = 2A_0 \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)$. De nuevo en P se obtiene una onda cuya amplitud depende de la diferencia de fase entre los altavoces.

- Se tendrá interferencia destructiva si

$$cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) = 0$$

Lo cual ocurre cuando

$$\boldsymbol{\varphi = n\pi \qquad (n = 1, 3, 5, \ldots.)}$$

Esto significa que cuando las ondas llegan a P de una fuente llega una cresta y de la otra un valle (desfase de 180°) o también se puede interpretar como si una de ellas hubiese recorrido mayor camino que la otra, es decir, que esa diferencia de caminos es de una semi longitud de onda ($\lambda/2$).

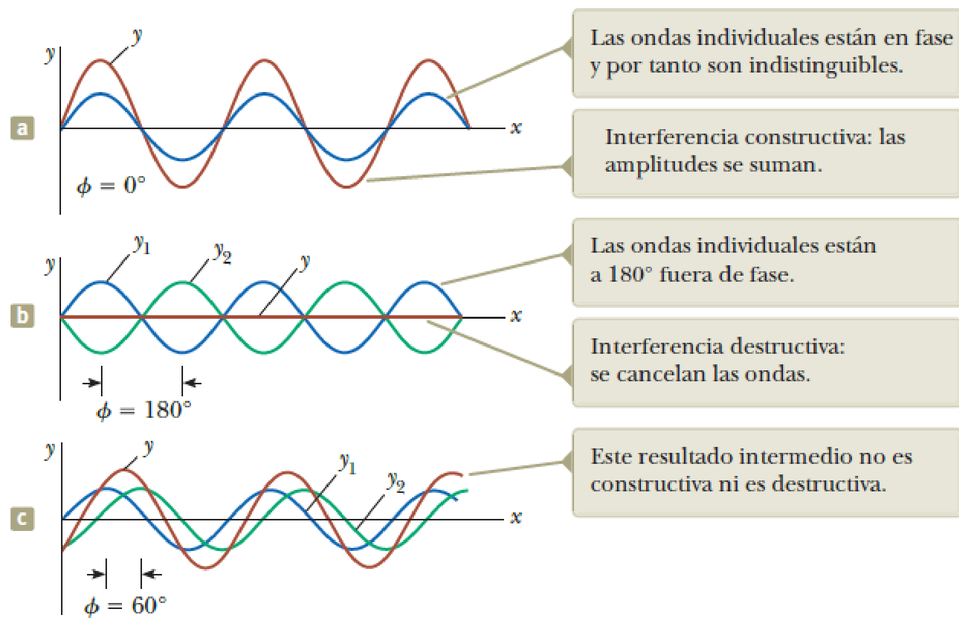


Figura 50. La sobreposición de dos ondas idénticas y_1 y y_2 (azul y verde, respectivamente) para producir una onda resultante (rojizo). Tomada de (Serway & Jewett, Jr., 2019)

☐ La interferencia constructiva ocurre si

$$cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) = 1$$

Y esto pasa cuando

$$\boldsymbol{\varphi = 2n\pi} \qquad (\boldsymbol{n = 0, 1, 2, \ldots})$$

Aquí lo que se dice es que las ondas llegan a P en fase, dicho de otra manera, coinciden los valles o las crestas de la una con la otra. En términos de la diferencia de caminos se podría interpretar como si la una hubiese recorrido igual camino, o una un camino más largo que la otra, pero que esa diferencia es un numero entero de longitudes de onda.

Lo dicho anteriormente se se erncuentra representado en la figura 50.

PROBLEMAS RESUELTOS INTERFERENCIA DE ONDAS MECANICAS

1. Cuando usted sopla a través de la boca de una botella de refresco vacía se produce una onda estacionaria en su modo fundamental en la columna de aire en su interior. La rapidez del sonido en el aire es de 343 m/s y la botella (suponga que la botella tiene sección transversal constante) actúa como un tubo cerrado. a) Si la longitud de la columna de aire es de 22.0 cm, ¿qué frecuencia tiene esta onda estacionaria? b) Determine la frecuencia de la onda estacionaria fundamental en la columna de aire, si la botella se llena hasta la mitad con agua.

Solución: (a) La situación se ilustra en figura 51. La velocidad de cualquier onda se puede escribir como

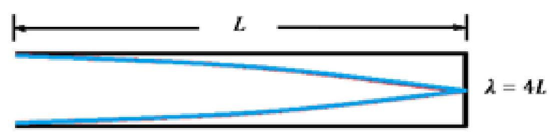


Figura 51. Autoria propia

$$v = \lambda f$$

Al reemplazar la longitud de onda y despejando para f se tiene

$$f = \frac{v}{4L} = \frac{343\, {}^{m}/_{s}}{4 * 0.22m} = \mathbf{389.77\ Hz}$$

(c) Cuando la botella se llena hasta la mitad con agua, ahora la longitud de la columna de aire se reduce a la mitad, por lo que la longitud del tubo es de 11.0 cm (0.11 m). Por la expresión de arriba se tiene que la frecuencia es inversamente proporcional a la longitud de la columna de aire, por lo tanto, al reducirse a la mitad esta la frecuencia se duplica. Es decir, la nueva frecuencia fundamental es

$$\boldsymbol{f = 779.54\ Hz}$$

2. En la iglesia de un pueblo se va a construir un órgano de tubos con tubos abiertos que abarquen el rango de audición humana (de 20Hz a 20 kHz). El

sacerdote de parroquia lo llama a usted para que lo asesore en dicha labor, pues esta temeroso que no se pueda construir dado que la atura de la cúpula es de 15 m ¿cuál sería el rango requerido de las longitudes de los tubos? ¿es posible la construcción de dicho órgano en la parroquia?

Solución: La velocidad de las ondas como ya se ha mencionado está dada por

$$v = \lambda f$$

Y la longitud de onda está relacionada con la longitud del tubo por la ecuación

$$L = n\frac{\lambda_n}{2} \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots)$$

Al despejar la longitud de onda de la ecuación para la velocidad y reemplazarla en la anterior expresión se tiene

$$\boldsymbol{L = n\frac{v}{2f_n}}$$

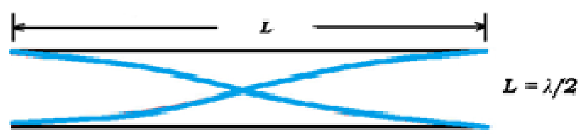


Figura 52. Autoria propia

Como se puede observar en esta ecuación la longitud de tubo sonoro es inversamente proporcional a la frecuencia. La mayor longitud del tubo ser obtiene para la $n = 1$, que corresponde al primer armónico (frecuencia fundamental).

Entonces la mayor longitud del tubo corresponde a la menor frecuencia, esto es

$$\boldsymbol{L} = 1 * \frac{343\, {}^{m}/_{s}}{2 * 20\ Hz} = \mathbf{8.58}\, \boldsymbol{m}$$

Y la menor longitud del tubo se obtiene para la frecuencia más alta

$$\boldsymbol{L} = 1 * \frac{343\, {}^{m}/_{s}}{2 * 20 * 10^3\ Hz} = \mathbf{8.58 * 10^{-3}}\, \boldsymbol{m}$$

De acuerdo con las longitudes calculadas el órgano se puede construir sin que haya algún problema con la cúpula de la parroquia.

3. Dos bocinas están separadas 1.80 m. Una persona está de pie frente a una de las bocinas y a 3.50 m de la otra. a) ¿Cuál es la frecuencia más baja a la que ocurrirá interferencia constructiva en ese punto? b) Calcule otras dos frecuencias que también den como resultado interferencia constructiva en ese punto (indique las siguientes dos más altas).

Solución: La situación se ilustra en la figura 53. Tal como se sabe lo que escuche el observador depende de la diferencia de caminos que sigan las ondas hasta llegar a él, por lo tanto, se debe calcular el valor de r_1. De otro lado se supondrá que las dos bocinas son alimentadas por el mismo amplificador, lo que significa que las dos emiten a la misma frecuencia y además están en fase.

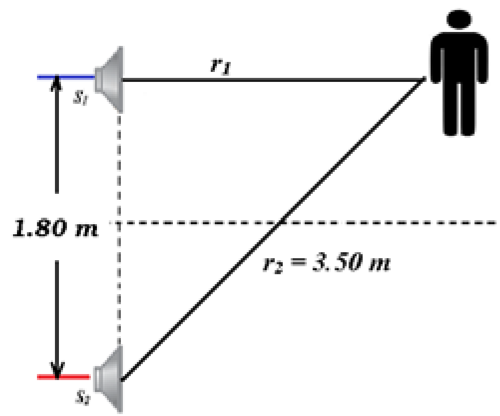


Figura 53. Autoria propia

Por el teorema de Pitágoras se tiene

$$\boldsymbol{r_1} = \sqrt{(3.50)^2 - (1.80)^2} = \mathbf{3.00}\ \boldsymbol{m}$$

La diferencia de caminos $|r_2 - r_1| = 0.50\ m$.

Para que haya interferencia constructiva se debe cumplir que

$$\boldsymbol{\Delta r} = \boldsymbol{n\lambda} \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots.)$$

La velocidad de las ondas sonoras es

$$v = \lambda f$$

Al reemplazar la longitud de onda en esta ecuación se tiene y despejando para la frecuencia se tiene

$$f = n\frac{v}{\Delta r}$$

La frecuencia más baja se obtiene para *n=1*, las otras dos frecuencias se obtienen reemplazando n por 2 y 3.

$$\boldsymbol{f_1} = 1 * \frac{343\ {}^{m}/_{s}}{0.5} = \mathbf{686}\ \boldsymbol{Hz}$$

$$f_2 = 2 * \frac{343\ ^{m}/_{s}}{0.5} = \mathbf{1372\ Hz}$$

$$f_3 = 3 * \frac{343\ ^{m}/_{s}}{0.5} = \mathbf{2058\ Hz}$$

4. ***Problema de repaso***. En el problema anterior las bocinas emiten en fase sonidos con una frecuencia de 686 Hz De repente la persona comienza a caminar dirigiéndose directamente hacia la bocina con una velocidad de 2 m/s. Determine en qué momento escucha el primer y segundo mínimo.

Solucion: De acuerdo con la solucion del problema anterior la persona estando en la posicion inicial a esa frecuencia escucha un máximo. De la teoria sabemos que los minimos se escuchan cuando la diferencia de caminos sea igual a un numero impar de semi longitudes de onda, esto es

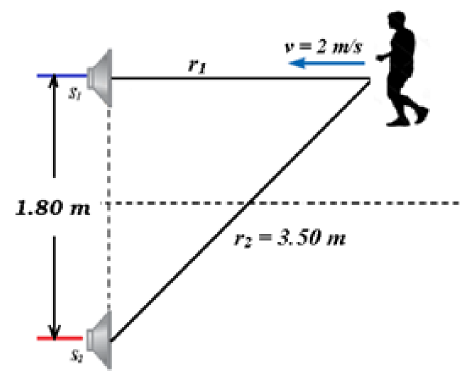


Figura 54. Autoria propia

$$|r_2 - r_1| = n\frac{\lambda}{2} \qquad (n = 1, 3, 5, \dots)$$

De la expesion para la velocidad de las ondas, $v_s = \lambda f$, despejando la longitud de onda y reemplazando se tiene

$$|r_2 - r_1| = n\frac{v_s}{2f}$$

El primer minimo se escucha cuando $n = 1$, entonces

$$|\boldsymbol{r_2} - \boldsymbol{r_1}| = 1 * \frac{343\ ^{m}/_{s}}{2 * 686\ Hz} = \mathbf{0.25\ m}$$

Utilizando el teorema de Pitagoras

$$r_2 = \sqrt{r_1^2 + (1.80)^2}$$

Reemplazando en la expresion de arriba

$$\sqrt{r_1^2 + (1.80)^2} - r_1 = 0.25\ m$$

Despejando para r_1, se tiene

$$\boldsymbol{r_1 = 6.36\ m}$$

Este resultado no puede ser pues el observador parte de una posición de 3.00 m de la bocina y se está acercando, por lo que significa que el primer mínimo no lo escucha.

Examinemos para el segundo mínimo, esto significa *n = 3*. Al reemplazar en la expresión para la diferencia de caminos se tiene

$$|\boldsymbol{r_2} - \boldsymbol{r_1}| = 3 * \frac{343\ {}^{m}/_{s}}{2 * 686\ Hz} = \boldsymbol{0.75\ m}$$

$$\sqrt{r_1^2 + (1.80)^2} - r_1 = 0.75\ m$$

Solucionando para r_1, se encuentra que

$$\boldsymbol{r_1 = 1.785\ m}$$

El resultado indica que el segundo minimo lo escuchara la persona cuando se enceuntre a *1.785 m* de la bocina, puesto su posicion inicial era *3.00 m*, significa que la distancia que que se ha desplazado hacia la izquierda es

$$\boldsymbol{d} = 3.00\ m - 1.785\ m = \mathbf{1.215}\ m$$

De la definición de rapidez para el observador se tiene

$$v = \frac{d}{t} \quad \Longrightarrow \quad t = \frac{d}{v}$$

$$\boldsymbol{t} = \frac{1.215\ m}{2\ {}^{m}/_{s}} = \mathbf{0.61}\ s$$

Es decir, 0.61s después de que el observador se pone en marcha escucha el segundo mínimo.

5. In Figure. 55, sound of wavelength 0.850 m is emitted isotropically by point source S. Sound ray 1 extends directly to detector *D*, at distance *L = 10.0 m*. Sound ray 2 extends to *D* via a reflection (effectively, a “bouncing”) of the sound at a flat surface. That reflection occurs on a perpendicular bisector to the *SD* line, at distance d from the line. Assume that the reflection shifts the sound wave by

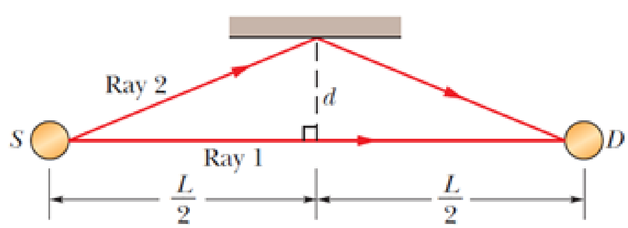


Figura 55.

0.500λ. For what least value of d (other than zero) do the direct sound and the reflected sound arrive at D (a) exactly out of phase and (b) exactly in phase? (Walker, Halliday, & Resnick, Fundamentals of physics, 2014)

Solución: Como bien sabemos la forma (interferencia constructiva o destructiva) como llegan las ondas al detector depende de la diferencia de caminos seguidas por estas. Este problema tiene una pequeña complicación adicional y es cuando el rayo 2 se refleja en la superficie plana ocurre un corrimiento en la longitud de onda, esto se puede interpretar como si este rayo recorriese una distancia adicional de 0.500λ.

(a) Para que los dos rayos interfieran destructivamente (fuera de fase) se tiene que la diferencia de caminos se igual a un número impar de semi longitudes de onda esto es.

$$|r_2 - r_1| = n\frac{\lambda}{2} \qquad (n = 1, 3, 5, \dots)$$

$$r_1 = L, \quad r_2 = 2\sqrt{d^2 + \left(L/_2\right)^2} + \frac{\lambda}{2}$$

Para r_2 se utilizó el teorema de Pitágoras y se sumo $\lambda/_2$ debido al corrimiento por este camino como ya se menciono

$$2\sqrt{d^2 + \left(L/_2\right)^2} + \frac{\lambda}{2} - L = n\frac{\lambda}{2}$$

El primer mínimo se escucha para *n=1*.

$$2\sqrt{d^2 + \left(L/_2\right)^2} + \frac{\lambda}{2} - L = \frac{\lambda}{2}$$

Al solucionar para d se obtiene un valor de cero, pero este valor está excluido, pues eso significaría que los dos rayos recorren el mismo camino y, por tanto, no hay reflexión. Ahora se procede a solucionar para valores de n mayores que *1*

$$2\sqrt{d^2 + \left(L/_2\right)^2} + \frac{\lambda}{2} - L = n\frac{\lambda}{2}$$

$$\sqrt{4d^2 + L^2} = (n - 1)\,\frac{\lambda}{2} + L$$

Solucionando para d se tiene

$$d = \frac{1}{2}\sqrt{(n-1)^2\frac{\lambda^2}{4} + (n-1)\lambda L}, \qquad (n = 1, 3, 5, \dots\dots)$$

Esta ecuación es una ecuación general, obsérvese que si *n=1*, entonces *d=0*.

☐ Si *n=3*

$$d = \frac{1}{2}\sqrt{\lambda^2 + 2\lambda L}$$

$$\boldsymbol{d} = \frac{1}{2}\sqrt{(0.85\ m)^2 + 2 * 0.85\ m * 10\ m} = \mathbf{2.10}\ \boldsymbol{m}$$

☐ Si *n=5*

$$d = \frac{1}{2}\sqrt{(4)^2\frac{\lambda^2}{4} + 4\lambda L}$$

$$\boldsymbol{d} = \frac{1}{2}\sqrt{4\lambda^2 + 4\lambda L} = \frac{1}{2}\sqrt{4 * (0.85m)^2 + 4 * 0.85m * 10m} = \mathbf{3.04}\ \boldsymbol{m}$$

(b) Para que los dos rayos interfieran constructivamente (en fase) se tiene que la diferencia de caminos debe ser igual a un número entero de longitudes de onda esto es

$$|r_2 - r_1| = n\lambda, \qquad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$2\sqrt{d^2 + \left(L/_2\right)^2} + \frac{\lambda}{2} - L = n\lambda$$

Solucionado para d se tiene

$$\boldsymbol{d} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}\sqrt{(\mathbf{2}\boldsymbol{n} - \mathbf{1})^{\mathbf{2}}\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{2}} + \mathbf{4}(\mathbf{2}\boldsymbol{n} - \mathbf{1})\boldsymbol{\lambda L}}$$

☐ Con *n=1*

$$d = \frac{1}{4}\sqrt{(0.85m)^2 + 4 * 0.85m * 10m} = 1.47\ m$$

☐ Con *n=2*

$$\boldsymbol{d} = \frac{1}{4}\sqrt{9\lambda^2 + 12\lambda L} = \frac{1}{4}\sqrt{9(0.85m)^2 + 12 * 0.85m * 10m} = \mathbf{2.60}\boldsymbol{m}$$

6. Dos bocinas idénticas separadas 10.0 m son conducidas por el mismo oscilador con una frecuencia f = 21.5 Hz (figura 56) en una zona donde la rapidez del sonido es de 344 m/s. (a) Demuestre que un receptor en el punto A registra un mínimo de intensidad del sonido de las dos bocinas. (b) Si el receptor se mueve en el plano de los altavoces, muestre la trayectoria que debe seguir para mantenerse en un mínimo la intensidad a lo largo de la hipérbola $9x^2 - 16y^2 = 144$ (mostrada en rojo-café en la figura 13). (c) ¿Puede el receptor permanecer en un mínimo y alejarse de las dos fuentes? Si es así, determine la forma limitante de la trayectoria que debe tomar. Si no es así, explique qué tanto se puede alejar. (Serway & Jewett, jr, 2019)

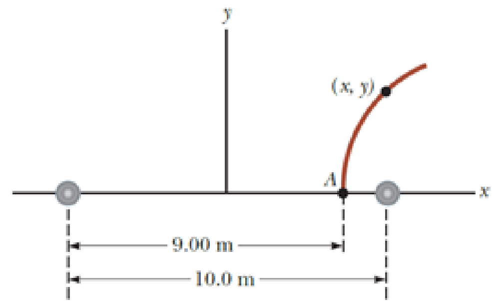


Figura 56.

Solución: (a) Como se sabe para que se presente interferencia destructiva la diferencia de caminos debe ser igual a un número impar de semi longitudes de onda. En el punto A la diferencia de caminos es igual a 8 m (9m – 1m). Ahora procederemos a obtener la longitud de onda de estas ondas

$$v = \lambda f$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{344\, {}^{m}/_{s}}{21.5\, Hz} = 16\, m$$

Para la condición de interferencia destructiva se tiene que el primer mínimo se escuchara para cuando la diferencia de caminos en media longitud de onda, lo cual concuerda con los resultados obtenidos, pues media longitud de onda corresponde a 8 m, que es igual a la diferencia de caminos.

(b) En la figura 57, se ilustra la nueva situación, donde r_1 y r_2 son los caminos que deben recorrer las ondas para llegar hasta el observador.

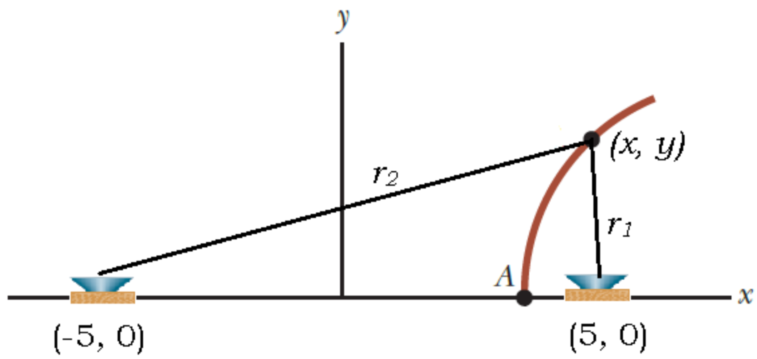


Figura 57. Autoría propia

Aplicando la fórmula para distancia entre dos puntos se tiene

$$r_1 = \sqrt{(x-5)^2 + y^2}$$

$$r_2 = \sqrt{(x+5)^2 + y^2}$$

Para interferencia destructiva

$$r_2 - r_1 = n\frac{\lambda}{2} = 8n$$

$$\sqrt{(x+5)^2 + y^2} - \sqrt{(x-5)^2 + y^2} = 8n, \quad (n = 1, 2, 3, \ldots\ldots)$$

Se debe solucionar esta ecuación, para hacerlo se pasa una de las raíces al lado derecho y se eleva al cuadrado a ambos lados, esto para eliminar una de las raíces

$$\left(\sqrt{(x+5)^2 + y^2}\right)^2 = \left[\sqrt{(x-5)^2 + y^2} + 8n\right]^2$$

Después de eliminar términos semejantes se llega a

$$5x - 16n^2 = 4n\sqrt{(x-5)^2 + y^2}$$

Volviendo a elevar al cuadrado y reorganizando términos se llega a

$$(25 - 16n^2)x^2 - 16n^2y^2 = 16n^2(25 - 16n^2)$$

Recordando que $n = 1, 2, 3, \ldots\ldots$

☐ Para n = 1 se tiene

$$\mathbf{9x^2 - 16y^2 = 144}$$

Que es la ecuación de una hipérbola y era lo que nos pedían demostrar. Ahora bien, si y = 0, entonces $x = \pm 4$

☐ Para n = 3

$$-119x^2 - 144y^2 = -17136$$

Esta ecuación se puede escribir como

$$\frac{x^2}{\frac{17136}{119}} + \frac{y^2}{\frac{17136}{144}} = \frac{17136}{17136}$$

Simplificando

$$\mathbf{\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{119} = 1}$$

Como se puede ver la anterior ecuación no es la ecuación de una hipérbola sino la de una elipse, cuyo semi eje mayor es el eje x. Si y = 0, entonces X = 12.

☐ Para n = 5

$$-375x^2 - 400y^2 = -150000$$

$$\frac{x^2}{\frac{150000}{375}} + \frac{y^2}{\frac{150000}{400}} = \frac{150000}{150000}$$

$$\mathbf{\frac{x^2}{400} + \frac{y^2}{375} = 1}$$

Para y = 0, entonces x = 20

☐ Para n = 7, por un procedimiento similar se tiene

$$\mathbf{\frac{x^2}{784} + \frac{y^2}{759} = 1}$$

Con y = 0, entonces x = 28

(c) De acuerdo con los resultados obtenidos se puede concluir que el observador si puede permanecer sobre un mínimo, pero su trayectoria después del primer mínimo ya no será una hipérbola sino una elipse. También se puede concluir que si el observador se mueve sobre el eje x

cada que se desplace media longitud de onda (8 m) está ubicado en un mínimo, y como se pudo ver primer mínimo está en *x= 4m.*

7. Dos fuentes coherentes de ondas sobre la superficie del agua vibran a una frecuencia de 30 Hz, generando ondas superficiales idénticas que se propagan con una velocidad de 0.3 m/s. (a) ¿Para qué posibles valores de la separación d, de las fuentes no se tiene perturbación al lado de las fuentes (a lo largo de la línea que une las fuentes)? (b) ¿Existe perturbación entre las fuentes sobre la línea que las une?

Solución: En la figura 58. se muestra una vista superior de la representación del problema.

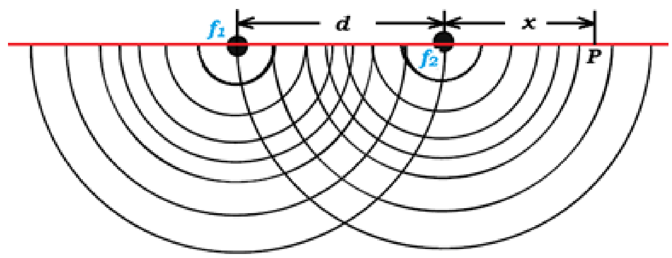


Figura 58. Autoría propia

(a) Supongamos que en un punto P a la derecha de la fuente f_2, a una distancia x de esta no se presenta perturbación alguna (interferencia destructiva). Por lo tanto,

$$|r_2 - r_1| = n\frac{\lambda}{2} \qquad (n = 1, 3, 5, \dots.)$$

$$r_1 = d + x$$

$$r_2 = x$$

$$|r_2 - r_1| = |x - (d + x)| = n\frac{\lambda}{2}$$

$$d = n\frac{\lambda}{2}$$

De la ecuación $v = \lambda f$, se tiene que $\lambda = {}^{v}/_{f} = 0.1\, m$. Reemplazando en la expresión de arriba se tiene que

$$d = n\frac{\lambda}{2} = n * \frac{0.1m}{2} = 0.05n \quad (n = 1, 3, 5, \dots)$$

Recordando que n, entonces se tiene que los mínimos se presentaran para d igual a. 0.05m, 0.15m, 0.25m, …, etc.

Como se puede ver estos valores son muy pequeños, están en el orden de los milímetro y centímetro para los primeros mínimos.

(b) Ahora examinaremos si existe perturbación (interferencia constructiva) de la superficie del agua entre las fuentes, para ello supongamos ahora que el punto P está a la izquierda de f_2. Para haya interferencia constructiva se tiene que la diferencia de caminos debe ser igual a un número entero de longitudes de onda, esto es

$$|r_2 - r_1| = n\lambda$$

$$|x - (d - x)| = n\lambda$$

Despejando para x se tiene

$$x = \frac{n\lambda + d}{2} = \frac{0.05n + d}{2}$$

CALOR Y LA PRIMERA LEY DE LA TERMODINAMICA

El estudio del calor como una forma de energía ha sido ampliamente estudiado, uno de los primeros en realizar esto fue el fisco ingles James Prescott Joule (1818 - 1889). Quien en su famoso experimento logro hallar el famoso *equivalente mecánico del calor*.

Antes de Joule se tenía una teoría del calor, se pensaba que el calor era una especie de fluido material, *el calórico*, que pasaba de los cuerpos *calientes* a los *fríos*. Esta teoría no era sustentable dado que si el calor era almo material entonces cuando se colocaban en contacto térmico dos objetos con diferentes temperaturas uno de ellos debería perder masa (el caliente) y el otro ganar (el frio). Cuando se hacen los experimentos se tiene que esto no es cierto, de ahí que la teoría del calórico entrara en desuso y por ende la importancia del experimento de Joule.

Hoy sabemos que el calor es una forma de *energía* que se transfiere de un *sistema* (cuerpo) a otro debido a la diferencia entre sus temperaturas.

La cantidad de calor que se necesita suministrar a un objeto para lograr un cambio en su temperatura depende de este cambio, la masa y el tipo de materia del objeto.

Lo anterior se resume en la ecuación

$$Q \,\alpha\, m * \Delta T$$

Para romper esta relación de proporcionalidad se coloca una constante c, llamada *calor específico* o *capacidad calórica*. Y representa que tan fácil es cambiar la temperatura del objeto. La ecuación para el calor queda entonces

$$\boldsymbol{Q = c * m * \Delta T}$$

Las unidades del calor son las *calorías* (cal) o los *Joules* (J). La caloría[4] se define como la cantidad de calor que hay que suministrarle a un gramo de agua para incrementar su temperatura de 14.5^0 C a 15.4^0 C. La tabla 2. Muestra algunos valores de calores específicos.

Calores específicos de algunas sustancias a 25°C y presión atmosférica

	Calor específico c			Calor específico c	
Sustancia	**J/kg · °C**	**cal/g · °C**	**Sustancia**	**J/kg · °C**	**cal/g · °C**
Sólidos elementales			*Otros sólidos*		
Aluminio	900	0.215	Latón	380	0.092
Berilio	1 830	0.436	Vidrio	837	0.200
Cadmio	230	0.055	Hielo (−5°C)	2 090	0.50
Cobre	387	0.092 4	Mármol	860	0.21
Germanio	322	0.077	Madera	1 700	0.41
Oro	129	0.030 8	*Líquidos*		
Hierro	448	0.107	Alcohol (etílico)	2 400	0.58
Plomo	128	0.030 5	Mercurio	140	0.033
Silicio	703	0.168	Agua (15°C)	4 186	1.00
Plata	234	0.56	*Gas*		
			Vapor (100°C)	2 010	0.48

Tomada de Serway-Jewett. 7 ed.

Tabla 2. Calores específicos de algunas sustancias

Joule encontró que

$$\boldsymbol{1\, cal = 4,186\, J}$$

[4] (Tipler & Mosca, 2010)

O también se puede escribir como

$$\mathbf{1\ kcal = 4186\ J}$$

Tal como se mencionó antes este es el famoso equivalente mecánico del calor, y se llama así porque hay una equivalencia entre una forma de energía no mecánica (el calor) a una que si es mecánica.

Hay que decir que cuando se le agrega calor a un sistema, la cantidad de calor suministrado depende de la forma "*proceso*" como se le suministre calor. Es así como cuando se le suministra calor manteniendo constante el volumen de este, la cantidad de calor agregado para lograr un cambio en la temperatura del sistema está dado por:

$$\boldsymbol{Q = nC_v\Delta T}$$

De donde n es el número de moles de la sustancia y C_v es la capacidad calórica molar a volumen constante.

Si la presión es la que permanece constante cuando se suministra calor entonces este calor esta dado por

$$\boldsymbol{Q = nC_p\Delta T}$$

De donde C_p, es la capacidad calórica molar a presión constante.

Las capacidades calóricas C_p y C_v están relacionadas entre si mediante la ecuación

$$C_p - C_v = R$$

De donde $R = 8.314\ {}^{J}/_{mol * K}$, es la constante de los gases ideales y $C_v = {}^{3R}/_{2}$. En la tabla 3. Se dan algunos valores de las capacidades calóricas molares para algunas sustancias.

Calores específicos molares de varios gases

	Calor específico molar (J/mol · K)[a]			
Gas	C_P	C_V	$C_P - C_V$	$\gamma = C_P/C_V$
Gases monoatómicos				
He	20.8	12.5	8.33	1.67
Ar	20.8	12.5	8.33	1.64
Ne	20.8	12.7	8.12	1.64
Kr	20.8	12.3	8.49	1.69
Gases diatómicos				
H_2	28.8	20.4	8.33	1.41
N_2	29.1	20.8	8.33	1.40
O_2	29.4	21.1	8.33	1.40
CO	29.3	21.0	8.33	1.40
Cl_2	34.7	25.7	8.96	1.35
Gases poliatómicos				
CO_2	37.0	28.5	8.50	1.30
SO_2	40.4	31.4	9.00	1.29
H_2O	35.4	27.0	8.37	1.30
CH_4	35.5	27.1	8.41	1.31

[a]Todos los valores, excepto el del agua, se obtuvieron a 300 K.

Tomada de Serway-Jewett. 7 ed.

Tabla 3. Capacidades calóricas molares

En mecánica Newtoniana teníamos que el teorema generalizado de la conservación de la energía estaba dado por

$$\Delta E = W_{nc}$$

Donde W_{nc}, es el trabajo de las fuerzas no conservativas. Las fuerzas conservativas son aquellas que conllevan a *pérdidas* de energía. Se decía que había energía perdida, porque no se tenía en cuenta otras formas de energía diferente a la mecánica, pero si ahora se tiene en cuenta la energía por calor, esta ecuación debe modificarse.

La ecuación modificada de la conservación de la energía es

$$\Delta \boldsymbol{U} + \boldsymbol{W} = \boldsymbol{Q}$$

Esta ecuación lo que indica es que cuando se suministra (o extrae) calor a un sistema, este calor se gasta en incrementar la *energía interna* del sistema y en realizar trabajo sobre el sistema o por el sistema. La energía interna es también conocida como *energía térmica*, y tiene que ver con la modificación de la energía de las moléculas del sistema. Sobre esta energía hablaremos en detalle más adelante.

La anterior ecuación no suele encontrarse tal como está escrita, la forma más adecuada para esta es

$$\Delta \boldsymbol{U} = \boldsymbol{Q} - \boldsymbol{W}$$

Y se conoce con el nombre de *primera ley de la termodinámica.* Es decir, podríamos decir que la primera ley de la termodinámica es una especie de ley generalizada de la conservación de la energía, donde se incluyen energías diferentes a la mecánica.

PROBLEMAS RESUELTOS DE CALOR Y PRIMERA LEY DE LA TERMODINAMICA

1. Un objeto metálico de 2.0 kg con una temperatura de 90 °C se sumerge en 1.0 kg de agua a 20 °C. El sistema agua-metal alcanza un equilibrio a 32 °C. ¿Cuál es el calor específico del metal? (Bauer & Westfall, 2011)
   a) 0.840 kJ/kg K
   b) 0.129 kJ/kg K
   c) 0.512 kJ/kg K
   d) 0.433 kJ/kg K

Solución: Dado que el objeto metálico está a mayor temperatura que el agua, este le cederá calor al agua, de ahí que la temperatura final de la mezcla agua-metal sea mayor que la temperatura inicial del agua y menor que la temperatura inicial del metal. La ecuación de balance térmico será:

$$Q_{ganado} = -\,Q_{perdido}$$

$$m_{agua}c_{agua}\Delta T_{agua} = -\,m_{metal}c_{metal}\Delta T_{metal}$$

$$m_{agua}c_{agua}\left(T_f - T_0\right)_{agua} = -m_{metal}c_{metal}\left(T_f - T_0\right)_{metal}$$

Se tiene que la temperatura final tanto del agua como la del metal, es la temperatura de equilibrio de la mezcla 32 °C. De la anterior ecuación al despejar el calor especifico del metal se obtiene:

$$c_{metal} = -\frac{m_{agua} c_{agua} \left(T_f - T_0\right)_{agua}}{m_{metal} \left(T_f - T_0\right)_{metal}}$$

$$c_{metal} = -\frac{1.0 \text{ kg} * 4186 J/(kg * \text{ °C}) \ (32 \text{ °C} - 20 \text{ °C})_{agua}}{2.0 \text{ kg} (32 \text{ °C} - 90 \text{ °C})_{metal}}$$

$$\boldsymbol{c_{metal} = 433.03 \ ^{J}/_{(kg \, * \, °C)} = 0.433 \ ^{kJ}/_{(kg \, * \, K)}}$$

De acuerdo con el valor obtenido se tiene que ***la respuesta correcta es la opción d***.

2. Un gas encerrado en un cilindro se calienta por medio de un pistón que puede moverse sin fricción y entran 1000 J de calor al gas. Suponiendo que el volumen del gas es constante, el cambio en la energía interna del gas es (Bauer & Westfall, 2011)
   a) 0.
   b) 1 000 J.
   c) –1 000 J.
   d) Ninguna de las anteriores.

Solución: La primera ley de la termodinámica establece que

$$\Delta U = Q - W$$

Dado que el gas de encuentra en un cilindro con volumen fijo, entonces no se realiza trabajo sobre el gas ni este realiza trabajo, por lo que todo el calor suministrado al gas se gasta en incrementar su energía interna, esto es

$$\Delta U = Q = 1000\, J$$

Por lo tanto, ***la respuesta correcta es la opción b***.

3. En la compresión isotérmica de un gas, el volumen ocupado por el gas está decreciendo, pero la temperatura del gas permanece constante. Para que esto pueda suceder, (Bauer & Westfall, 2011)
   a) El calor debe entrar al gas.
   b) El calor debe salir del gas.
   c) No debe tener lugar ningún intercambio de calor entre el gas y sus alrededores.

Solución: La ecuación de estado para un gas ideal es:

$$PV = nRT$$

Dado que es un proceso isotérmico (T = cte.), entonces el lado derecho de la ecuación no cambia durante el proceso, lo cual quiere decir que lo único que cambia es la presión, la presión al interior del gas aumenta. Como todos sabemos para que haya un aumento en la presión debe aumentar la temperatura, entonces para que la temperatura al interior del recipiente permanezca constante se necesita que haya un flujo de calor hacia afuera del sistema. Es decir, fluye calor hacia afuera, por lo tanto, ***la respuesta correcta es la opción b***.

4. ¿En qué superficie debe usted poner una olla para mantenerla caliente por un tiempo más largo? (Bauer & Westfall, 2011)
   a) Una superficie de vidrio lisa.
   b) Una superficie de acero lisa.
   c) Una superficie de madera lisa.
   d) Una superficie de madera rugosa.

Solución: Para que la olla se mantenga caliente por más tiempo se debe poner en contacto con una superficie que sea mala conductora de calor, es decir, un aislante térmico, de los materiales listados quien es un peor conductor del calor es la madera, pero hay dos opciones que involucran este material, la más efectiva seria la superficie rugosa, dado que en esos pequeños espacios donde no hay contacto entre la olla y la madera se "inserta" aire y el aire es peor conductor calórico que la madera, por lo tanto, ***la respuesta correcta es la opción d***.

5. Suponiendo que la severidad de una quemadura se incrementa conforme la cantidad de energía puesta en la piel aumenta, ¿cuál de las siguientes

causaría la quemadura más severa (suponga masas iguales)? (Bauer & Westfall, 2011)

a) Agua a 90 °C.
b) Cobre a 110 °C.
c) Vapor a 180 °C.
d) Aluminio a 100 °C.
e) Plomo a 100 °C.

Solución: De las sustancias mencionadas la que mayor calor puede ceder es el vapor de agua, dado que el calor de fusión de esta es alto y por lo tanto a esa temperatura la cantidad de energía cinética que tienen sus moléculas bastante alto comparado con la energía que tienen las moléculas de las otras sustancias. Por lo tanto, ***la respuesta correcta es la opción c***.

6. ¿En qué tipo de proceso no se efectúa trabajo sobre un gas? (Bauer & Westfall, 2011)
   a) Isotérmico.
   b) Isocórico.
   c) Isobárico
   d) Ninguno de los anteriores.

Solución: En el proceso isocórico el volumen del gas permanece constante, entonces en este proceso no se realiza trabajo pues el trabajo depende de la variación del volumen de la sustancia de acuerdo con la ecuación

$$W = \int_V PdV$$

De lo anterior se tiene que ***la respuesta correcta es la opción b***.

7. Un bloque de aluminio de masa $M_{Al} = 2.0\,kg$ y un calor específico $c_{Al} = 910\ J/(kg * K)$ se encuentra a una temperatura inicial de 1 000 °C y se arroja en un cubo de agua. El agua tiene una masa $M_{H_2O} = 12kg$ y un calor específico $M_{H_2O} = 4190\ J/(kg * K)$ y está a temperatura ambiente (25 °C). ¿Cuál es la temperatura final aproximada del sistema cuando alcanza el equilibrio térmico? (Desprecie la pérdida de calor hacia fuera del sistema.) (Bauer & Westfall, 2011)

   a) 50 °C b) 60 °C c) 70 °C d) 80 °C

Solución: Dado que la temperatura del bloque de aluminio es muy alta se podría dar que al arrojar este bloque al agua parte del agua se evapore, por lo tanto, primero se debe primero calcular cual es la cantidad de energía que se requiere para elevar la temperatura del agua hasta la temperatura de evaporación (100 ^{0}C).

$$Q_1 = M_{H_2O} * c_{agua}(100 - 25)^0C$$

$$Q_1 = 12kg * 4190 \frac{J}{kg * K} * 75K$$

$$Q_1 = 3771000\, J$$

$$Q_1 = 3.77 * 10^6\, J$$

Ahora se calculará la cantidad de energía que puede ceder el aluminio para bajar de su temperatura inicial hasta 100 ^{0}C

$$Q_2 = M_{Al} * c_{Al}(100 - 1000)^0C$$

$$Q_2 = 2kg * 910 \frac{J}{kg * K} * -900K$$

$$Q_2 = 1638000\, J$$

$$Q_2 = 1.64 * 10^6 J$$

Dado que el calor *Q2* que puede ceder el aluminio para bajar su temperatura hasta los 100 ^{0}C es menor que el calor *Q1* que necesita el agua para elevar su temperatura hasta la temperatura de fusión, se puede concluir entonces que no se alcanza a "evaporar" agua y que la mezcla agua-aluminio tendrá una temperatura de equilibrio menor a los 100 ^{0}C. Apliquemos entonces la ecuación de balance energético

$$Q_{ganado} = -\, Q_{perdido}$$

$$m_{agua}c_{agua}\Delta T_{agua} = -\, m_{Al}c_{Al}\Delta T_{Al}$$

$$12kg * 4190\frac{J}{kg * K}\left(T_f - \ 25\,°\mathrm{C}\right)_{agua} = \ -2kg * 910\frac{J}{kg * K}\left(T_f - \ 1000\,°\mathrm{C}\right)_{metal}$$

$$50280 * T_f - 1257000J = -1820T_f + 1820000J$$

$$50280 * T_f + \ 1820T_f \ = 1257000J + 1820000J$$

$$52100T_f = 3077000J$$

$$T_f = \ \frac{3077000}{52100}$$

$$\boldsymbol{T_f = 59.06\,°C \ \approx 60\,°C}$$

De acuerdo con el valor se tiene que ***la respuesta correcta es la opción b***.

8. Un material tiene una densidad másica ρ, volumen V y calor específico c. ¿Cuál de las siguientes es la expresión correcta para el intercambio de calor que ocurre cuando la temperatura del material cambia en ΔT en grados Celsius? (Bauer & Westfall, 2011)

   a) $\left({}^{\rho c}/_{V}\right)\Delta T$
   b) $(\rho cV)(\Delta T + 273.15)$
   c) $(\rho cV)/\,\Delta T$
   d) $\rho cV * \Delta T$

Solución: La ecuación para el calor absorbido o liberado por cierta sustancia es

$$Q = mc * \Delta T$$

La densidad de una sustancia está dada por

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Despejando la masa se obtiene $m = \rho V$, reemplazando en la expresión para el calor

$$\boldsymbol{Q = \rho V c * \Delta T}$$

De acuerdo con esta última ecuación ***la respuesta correcta es la opción d***.

9. ¿Cuál de los siguientes no radia calor? (Bauer & Westfall, 2011)
   a) Un cubo de hielo.
   b) Nitrógeno líquido.
   c) Helio líquido.
   d) Un dispositivo a T = 0.010 K.
   e) Todos los anteriores.
   f) Ninguno de los anteriores.

Solución: De acuerdo con la teoría se tiene que todo cuerpo que este a una temperatura por encima del cero absoluto (0K o -273.15 ^{0}C) emite "calor". Por definición de la temperatura, *"La temperatura o agitación térmica, es la medida* *de la energía cinética promedio de las partículas presentes en la sustancia"*. Todas las sustancias de las opciones dadas tienen una temperatura arriba del cero absoluto, por lo tanto, todas deberían radiar calor. De acuerdo a la justificación anterior ***la respuesta correcta es la opción f***.

10. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)? (Bauer & Westfall, 2011)

a) Cuando un sistema efectúa trabajo, su energía interna siempre decrece.
b) El trabajo efectuado sobre un sistema siempre decrece su energía interna.
c) Cuando un sistema efectúa un trabajo sobre sus alrededores, el signo del trabajo es siempre positivo.
d) El trabajo positivo efectuado sobre un sistema es siempre igual a la ganancia del sistema en energía interna.
e) Si usted empuja sobre el pistón de un cilindro lleno de gas, la energía del gas en el cilindro se incrementará.

Solución: Para saber cuál(es) son verdaderas analizaremos una por una

Opción a. La respuesta a esta cuestión se fundamenta en la primera ley de la termodinámica, la cual establece que:

$$\Delta U = Q - W$$

Como se puede ver la energía interna de una sustancia depende del trabajo realizado y del calor suministrado o extraído de esta. Si la sustancia realiza trabajo significa que el gas se está expandiendo, y, por lo tanto, el trabajo es positivo, ahora bien, para que el gas se expanda se le debe suministrar calor al sistema, lo que significa que está entrando calor al sistema, entonces el calor es positivo. En ningún caso el trabajo realizado por el gas debe ser mayor que el calor suministrado al gas, a lo sumo igual, por lo cual tendríamos que: si el calor es mayor aumenta la energía interna del gas, y si son iguales no hay cambio en la energía interna, lo que significaría que el proceso es isotérmico. Por lo anterior se tiene que ***la opción a es falsa***.

Opción b. Esta ***opción es falsa***. Su justificación se encuentra en el análisis de la opción a.

Opción c. el trabajo efectuado por un gas está dado por

$$W = \int_V PdV$$

Cuando un gas realiza trabajo sobre sus alrededores se tiene que este se expande, es decir, su volumen final es mayor que el volumen inicial. Pero Debemos saber que existen diferentes formas “procesos” como un gas se puede expandir. Si permitimos que el gas se expanda manteniendo la presión constante la integral anterior dará

$$W = P * \Delta V = P\left(V_f - V_i\right)$$

Como el volumen final es mayor que el inicial entonces el trabajo será positivo.

Ahora bien, si la presión no permanece entonces debemos tener una expresión de la variación de la presión del gas en términos de su volumen. Para ello utilizaremos la ecuación de estado de los gases idealices

$$PV = nRT$$

$$P = \frac{nRT}{V}$$

En un *proceso isotérmico* la temperatura del gas permanece constante, por lo tanto, el numerador de la anterior expresión permanece constante durante el proceso, reemplazando en la ecuación para el trabajo

$$W = \int_{V} \frac{nRT}{V} dV$$

$$W = nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{1}{V} dV$$

Solucionando la ecuación

$$W = nRT * \left(\ln V_f - \ln V_i\right)$$

$$W = nRT * \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

Como se dijo anteriormente el volumen final es mayor que el inicial, por lo tanto, el logaritmo será positivo, y, por lo tanto, el trabajo también lo será.

En un *proceso adiabático*, no entra ni sale calor del sistema, se tiene

$$PV^{\gamma} = cte$$

$$P = \frac{cte}{V^{\gamma}}$$

Reemplazando en la expresión para el trabajo se tiene

$$W = cte * \int_{V_i}^{V_f} \frac{1}{V^{\gamma}} dV$$

$$W = \frac{cte}{\gamma - 1} V^{\gamma-1}|_{V_i}^{V_f}$$

$$W = \frac{cte}{\gamma - 1} \left[V_f^{\gamma-1} - V_i^{\gamma-1}\right]$$

Como $\gamma > 1$, entonces se tiene que tanto el exponente como el denominador en la anterior expresión serán positivos, y como ya se dijo antes el volumen final es positivo, entonces el trabajo será positivo, lo cual quiere decir que ***esta opción es verdadera***.

Opción d. Esta opción es falsa desde su formulación, pues cuando se realiza trabajo sobre un sistema, este trabajo será negativo (-*W*), puesto que el gas se comprime, es decir, su volumen final será negativo.

Opción e. Si se empuja el pistón de un cilindro que contiene un gas se estará reduciendo su volumen y por lo tanto, el trabajo efectuado sobre el sistema será negativo, el espacio que tiene las moléculas para moverse en menor por lo tanto, el número de choque con las paredes del recipiente se incrementa, es decir, se incrementa la presión y la presión es directamente proporcional a la temperatura, lo cual quiere decir que la temperatura del sistema aumenta, y si aumenta la temperatura del sistema aumentara la energía interna pues la energía interna depende única y exclusivamente de la temperatura del sistema. Otra forma de explicar seria, dado que el trabajo es negativo (-W), la primera ley de la termodinámica

$$\Delta U = Q - W$$

Quedaría

$$\Delta U = Q - (-W)$$

$$\Delta U = Q + W$$

Con lo cual se puede concluir que la ***opción e es verdadera***.

11. ¿Cuánto trabajo se efectúa por ciclo por el gas que sigue la trayectoria mostrada en el diagrama p-V? (Bauer & Westfall, 2011)

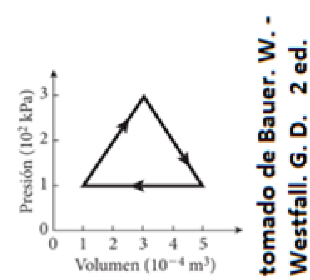


Figura 59

Solución: De acuerdo con la definición de trabajo

$$W = \int_V PdV$$

Se tiene que, por la interpretación de la integral como el área bajo la curva, el trabajo entonces será el área encerrada. Para este caso en particular el área corresponde a la de un triángulo, por lo tanto, el trabajo por ciclo es el área del triangulo

$$W = A_{Triangulo} = \frac{1}{2} * base * altura$$

$$W = \frac{1}{2} * 4x10^{-4}m^3 * 2 * 10^2\ kPa$$

$$W = 4x10^{-2}m^3 * 10^3 \frac{N}{m^2}$$

$$\boldsymbol{W = 40\,J}$$

12. Un ladrillo metálico encontrado en una excavación se envía a un laboratorio de pruebas para una identificación no destructiva. El laboratorio pesó el ladrillo de muestra y encontró que su masa era de 3.0 kg. El ladrillo se calentó hasta una temperatura de $3.0 \cdot 10^2$ °C y sumergido en un calorímetro de cobre aislado con una masa de 1.5 kg, que contenía 2.0 kg de agua a $2.0 \cdot 10^1$ °C. La temperatura final en el equilibrio se anotó como de 31.7 °C. Calculando el calor específico de la muestra a partir de estos datos, ¿puede usted identificar el material del ladrillo? (Bauer & Westfall, 2011)

Solución: Al introducir el ladrillo en el calorímetro se tiene que dado que la temperatura de este es mayor a la del calorímetro y a la del agua contenida en este, entonces el ladrillo le cederá calor tanto al calorímetro como al agua contenida. Al aplicando la ecuación de balance térmico

$$Q_{ganado} = -\,Q_{cedido}$$

$$Q_{agua} + Q_{calorimetro} = -Q_{ladrillo}$$

$$m_{agua}c_{agua}\Delta T_{agua} + m_{calori}c_{calori}\Delta T_{calori} = -m_{ladri}c_{ladri}\Delta T_{ladri}$$

Dado que las temperaturas inicial y final del agua y el calorímetro son iguales entonces el cambio de temperatura será el mismo para ellos, lo que no sucede con el ladrillo puesto que su temperatura inicial es diferente, por lo tanto, podemos reescribir la anterior ecuación como

$$\left(m_{agua}c_{agua} + m_{calori}c_{calori}\right)\Delta T = -m_{ladri}c_{ladri}\Delta T_{ladri}$$

Despejando el calor específico del ladrillo se tiene

$$c_{ladri} = -\frac{\left(m_{agua}c_{agua} + m_{calori}c_{calori}\right)\Delta T}{m_{ladri}\Delta T_{ladri}}$$

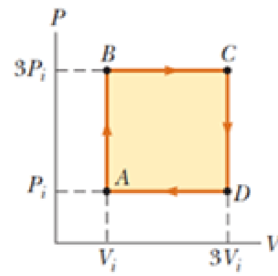
Los calores específicos tanto del calorímetro (cobre) como del agua se pueden consultar en una tabla de calores específicos. Prescindiremos de las unidades para que el cálculo se torne más "sencillo", utilizaremos unidades del sistema internacional

$$c_{ladri} = -\frac{(2 * 4190 + 1.5 * 386) * (31.7 - 20)}{3 * (31.7 - 300)}$$

$$c_{ladri} = 130.23 \frac{J}{kg * ℃} = 0.13 \frac{J}{kg * ℃} = 0.13 \frac{J}{kg * K}$$

Si vamos a una tabla de calores específicos podemos ver que este valor encontrado corresponde al del plomo, por lo tanto, se puede afirmar que el ladrillo está hecho de plomo.

13. Un gas ideal inicialmente a P_i, V_i y T_i se lleva a través de un ciclo, como se muestra en la figura 60. a) Encuentre el trabajo neto consumido en el gas por cada ciclo. b) ¿Cuál es la energía neta agregada por calor al sistema por cada ciclo? c) Obtenga un valor numérico para el trabajo neto consumido por cada ciclo por 1.00 mol de gas inicialmente a 0°C. (Serway & Jewett, jr, 2019)



Tomado de Serway Jewett 7 ed

Figura 60

Solución: Tal como se mencionó en problema 11, el trabajo realizado corresponde al área encerrada.

$$W = Area\ del\ rectangulo$$

$$W = (3V_i - V_i)(3P_i - P_i)$$

$$\boldsymbol{W = 4P_iV_i}$$

Aplicando la primera ley de la termodinámica al ciclo se tiene que el gas después de un ciclo sus condiciones son las mismas con las que empezó, por lo tanto, no hay un cambio en la energía interna de este

$$\Delta U = Q - W = 0$$

$$\boldsymbol{Q = W = 4P_iV_i}$$

Lo que significa es que todo el calor suministrado se invierte en realizar trabajo.

La ecuación de estado de los gases ideales establece que

$$PV = nRT$$

Donde la temperatura está en Kelvin, reemplazando el producto $\boldsymbol{PV}$ en la expresión para el trabajo se tiene

$$W = 4nRT_i$$

Reemplazando los datos (sistema internacional de unidades)

$$\boldsymbol{W = 4 * 1 * 8.314 * 273.15 \ = 9083.88\, J = 9.08\, kJ}$$

SEGUNDA LEY DE LA TERMODINÁMICA Y MAQUINAS TERMICAS

Una de las leyes fundamentales de la naturaleza es la ley de *la conservación de la energía*, hasta el momento no se ha encontrado ningún proceso que viole esta ley. Sin embargo, la ley de la conservación de la energía tiene una un "pequeño problema", para ver donde reside este *problemita* supongamos que a usted le muestran un video donde un vaso que estaba roto en el piso de recomponer y el agua que estaba derramada llena el vaso y luego el vaso con el agua salta hasta una mano. Desde el punto de vista de la conservación de la energía este proceso es posible, pero usted y todas las personas que vean dicho video de inmediato se dirán que el video está siendo rodado, al contrario, pero si a uste o a alguna persona le preguntasen de el porque afirman que el video se esta rodando a la inversa muy seguramente contestaran que ese proceso no se da en la naturaleza, pues ese proceso no se ha visto que ocurra. Pero el hecho de que no se haya visto que ocurra no significa que no pueda ocurrir. Pues bien, lo que nos dice si un proceso se puede o no presentar en la naturaleza es la *segunda ley de la termodinámica.*

De las leyes de la física que quizá mayor número de interpretaciones y formas de enunciarse es la segunda ley de la termodinámica. Antes de presentar estos enunciados e interpretaciones se dará una definición que se necesita para que la segunda ley de la termodinámica se pueda comprender un poco mejor.

Maquina térmica: Una máquina térmica es un dispositivo que trabaja en un ciclo entre dos temperaturas extremas, T_h y T_c, (T_h, temperatura del foco caliente y T_c, temperatura del foco frio, $T_h > T_c$). Tomando calor del foco caliente mediante una sustancia de trabajo, realizando un trabajo en su entorno y desechando el calor obrante al medio o foco frio. Como ejemplos de máquinas térmicas se tienen: un motor de combustión interna, una planta termoeléctrica, un aire acondicionado, etc. En la figura 61 se presenta un es que de una maquina térmica típica.

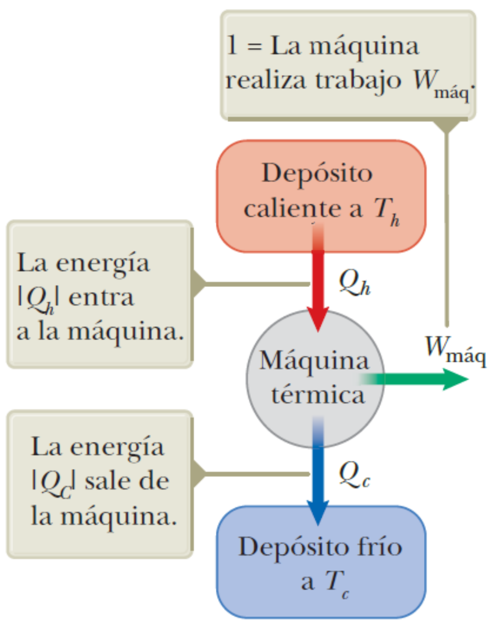


Figura 61. Representación esquemática de una maquina térmica(Serway & Jewett, jr, 2019)

El proceso cíclico mediante el cual opera la maquina térmica de la figura 61es el siguiente.

I. Mediante una sustancia de trabajo (que puede ser un gas u cualquier otro fluido) toma energía en forma de calor Q_h del foco caliente, T_h.

II. La maquina realiza un trabajo W

III. El excedente de calor Q_c, es arrojado a un depósito de baja temperatura T_c.

Si la sustancia de trabajo es un gas, al absorber calor por la quema de algún tipo de combustible (carbón, gasolina, etc.) este se expande y realiza un trabajo sobre un pistón, una vez que el gas se expande este se enfría y desecha calor al ambiente y de nuevo comienza el ciclo.

Dado que la sustancia de trabajo opera en un ciclo se tiene entonces que al aplicar la primera ley de la termodinámica, el cambio en la energía ¡interna será cero, esto es

$$\Delta U = Q_{neto} - W = 0$$

Por lo que se tiene entonces

$$W = Q_{neto} = |Q_h| - |Q_c|$$

Una cantidad bien importante de una maquina térmica es la eficiencia, e, de esta. La eficiencia es una relación entre el trabajo realizado por la máquina y el calor de entrada. Esto es

$$e = \frac{W}{|Q_h|} = \frac{|Q_h| - |Q_c|}{|Q_h|} = 1 - \frac{|Q_c|}{|Q_h|}$$

La ecuación anterior muestra que la máxima eficiencia de una maquina térmica es 1, es decir del 100%, esto ocurre cuando el calor desechado al medio es cero, es decir, $Q_c = 0$, lo cual significa que todo el calor tomado del foco caliente se convierte en calor. En la práctica, todas las maquinas térmicas expulsan algo de calor, por lo que ninguna maquina térmica va a tener una eficiencia del 100%. Un motor a gasolina tiene una eficiencia aproximada del 20% y los motores diésel tienen eficiencias entre el 35% al 40%. Lo anterior se puede resumir en un enunciado conocido como, **la forma de Kelvin-Planck de la segunda ley de la termodinámica** el cual establece lo siguiente

"*Es imposible construir una máquina térmica que, funcionando en un ciclo, no produzca otro efecto que la entrada de energía por calor de un depósito y la realización de una cantidad igual de trabajo.*" (Serway & Jewett, jr, 2019)

El anterior enunciado prohíbe la existencia de una maquina térmica que tenga una eficiencia del 100%, es decir, que tome una cantidad de calor Q_h y la convierta enteramente en trabajo. Una forma de interpretar el enunciado es el de la imposibilidad de la existencia de una maquina *térmica ideal* (*e = 100%*). En la figura 62 se muestra una maquina térmica ideal, obsérvese que no hay calor desechado, esto es, Q_c = 0.

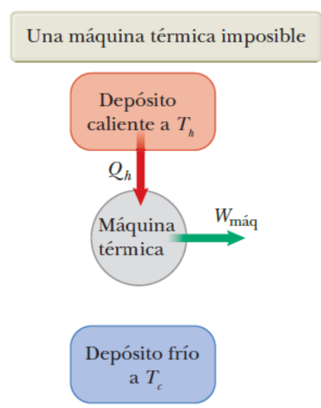


Figura 62. Diagrama esquemático de una máquina térmica que toma energía de un depósito caliente y realiza una cantidad equivalente de trabajo. Es imposible construir tal máquina perfecta. (Serway & Jewett, jr, 2019)

Bombas de calor y refrigeradores. Las bombas de calor y refrigeradores son dispositivos que funcionan en dirección contraria a una maquina térmicas.

En un refrigerador o en una bomba de calor, la máquina toma energía $|Q_c|$ de un depósito frío y expulsa energía $|Q_h|$ a un depósito caliente (figura 63), que puede lograrse sólo si se realiza trabajo sobre la máquina. De la primera ley, se conoce que la energía cedida al depósito caliente debe ser igual a la suma del trabajo realizado y la energía tomada del depósito frío. Por tanto, el refrigerador o la bomba de calor transfiere energía desde el cuerpo más frío (por ejemplo, los contenidos de un refrigerador de cocina o el aire invernal afuera de un edificio) a un cuerpo más caliente (el aire en la cocina o a una habitación en el edificio). En la práctica, es deseable llevar a cabo este proceso con un mínimo de trabajo. Si el proceso se pudiera lograr sin efectuar trabajo alguno, el refrigerador o bomba de calor sería "ideal" (figura 64). De nuevo, la existencia de tal dispositivo violaría la segunda ley de la termodinámica, que en la forma del enunciado de Clausius[5] establece:

> "Es imposible construir una máquina cíclica cuyo único efecto sea transferir energía de manera continua por calor desde un objeto a otro a una mayor temperatura sin la entrada de energía por trabajo." (Serway & Jewett, jr, 2019)

[5] Expresada por primera vez por Rudolf Clausius (1822-1888).

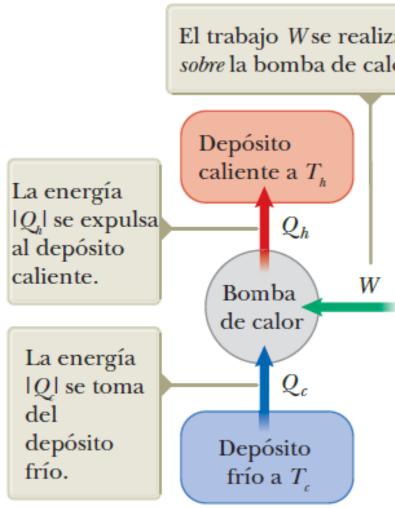


Figura 63. Representación esquemática de una bomba de calor. (Serway & Jewett, jr, 2019)

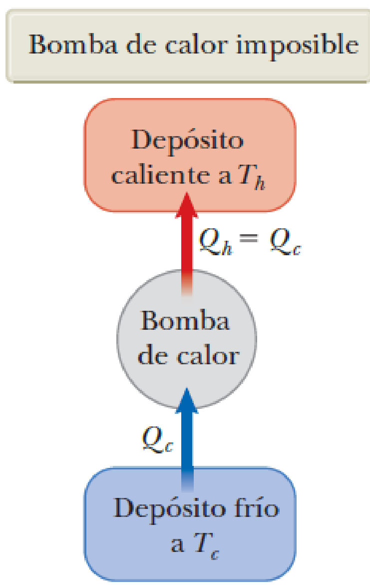


Figura 64. Diagrama esquemático de una bomba de calor o refrigerador ideal, es decir, uno que toma energía de un depósito frío y expulsa una cantidad equivalente de energía a un depósito caliente sin la entrada de energía por trabajo (Serway & Jewett, jr, 2019)

Otra forma de interpretar el enunciado de Clausius es sobre la imposibilidad que de manera espontánea ocurra un flujo de calor del foco frio al foco caliente.

Una cantidad análoga a la eficiencia de una maquina térmica para los refrigeradores o bombas de calor es el coeficiente de rendimiento, (COP) el cual se define como:

$$COP_{(modo\ de\ enfriamiento)} = \frac{trabajo\ efectuado\ sobre\ la\ bomba\ de\ calor}{energía\ transferida\ a\ baja\ temperatura} = \frac{|Q_c|}{W}$$

$$COP_{(modo\ de\ calentamiento)} = \frac{trabajo\ realizado\ sobre\ la\ bomba\ de\ calor}{energía\ transferida\ a\ alta\ temperatura} = \frac{|Q_h|}{W}$$

Procesos reversibles e irreversibles. Cuando un sistema físico opera en un ciclo y este ciclo se representa en un diagrama P-V, se dice que el proceso es *reversible* si al final del ciclo el sistema retorna a sus condiciones iniciales y además cada punto del diagrama es un estado de equilibrio termodinámico. Al proceso que no cumple con estos requerimientos se le conoce con el nombre de *irreversible*.

En la naturaleza básicamente todos lo procesos físicos son irreversibles

Máquina de Carnot o ciclo de Carnot. Dado que ninguna máquina térmica tiene una eficiencia del 100%, entonces surgió la pregunta: ¿Cuál es la máxima eficiencia que tendría una máquina térmica que opere entre dos temperaturas extremas T_h y T_c? en 1824, el ingeniero francés Sadi Carnot (1796-1832) dio respuesta a esta pregunta en su obra ***Reflexiones sobre el poder motriz del calor***. Para ello construyo una maquina idealizada que trabaja en un ciclo y que tendría la máxima eficiencia posible. A esta máquina se le conoce como ***máquina de Carnot***. Los pasos o procesos que sigue la máquina de Carnot son los siguientes:

El ciclo de Carnot consiste en dos procesos isotérmicos y dos adiabáticos, todos reversibles.

La figura 65 muestra un ciclo de Carnot que emplea como sustancia de trabajo un gas ideal en un cilindro con un pistón, y consta de los siguientes pasos:

1. El gas se expande isotérmicamente a temperatura T_H, absorbiendo calor Q_H (*ab*).
2. El gas se expande adiabáticamente hasta que su temperatura disminuye a T_C (*bc*).
3. El gas se comprime isotérmicamente a T_C, cediendo calor Q_C (*cd*).
4. El gas se comprime adiabáticamente hasta su estado inicial a temperatura T_H (*da*) (YOUNG & FREEDMAN, Física universitaria volumen 1. 13ª edición, 2013)

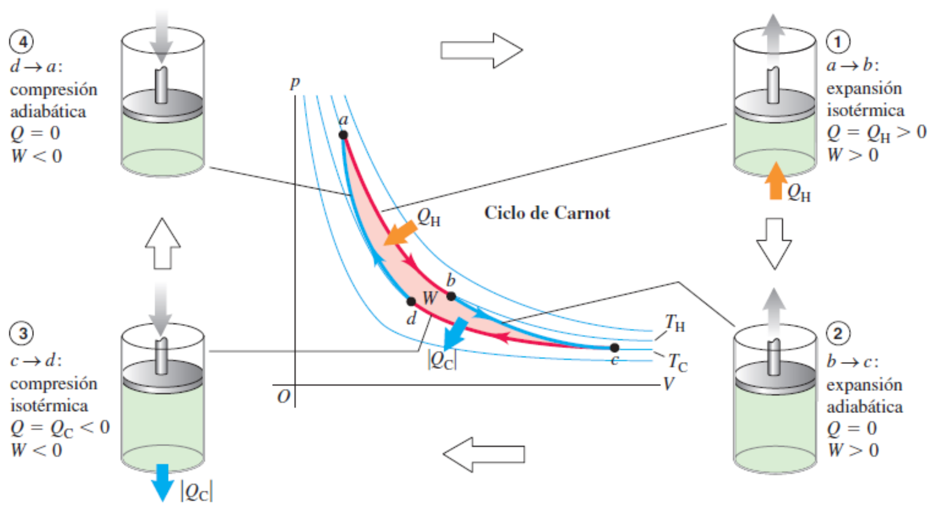


Figura 65. Ciclo de Carnot para un gas ideal. Las líneas azul claro del diagrama p-V son isotermas (curvas de temperatura constante);las líneas azul oscuro son adiabáticas (curvas con cero flujo de calor). (YOUNG & FREEDMAN, Física universitaria volumen 1. 13ª edición, 2013)

La eficiencia para la máquina de Carnot es

$$e_{Carnot} = \frac{T_H - T_c}{T_H} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

La segunda ley de termodinámica también puede enunciarse en términos del teorema de Carnot que establece:

Ninguna máquina térmica real que opere entre dos depósitos de calor puede ser más eficiente que una máquina de Carnot que funcione entre los mismos dos depósitos.

Lo anterior quiere decir que ninguna maquina térmica que opere entre dos temperaturas extremas va a tener mayor eficiencia que la máquina de Carnot, esto es, $e < e_{Carnot}$.

Der igual manera como se tiene la máquina de Carnot, también se tienen la *bomba de calor* y el *refrigerador de Carnot.* Los coeficientes de rendimiento respectivos son.

$$COP_{(modo\ de\ calentamiento)} = \frac{|Q_h|}{W} = \frac{T_H}{T_H - T_C}$$

$$COP_{(modo\ de\ enfriamiento)} = \frac{|Q_c|}{W} = \frac{T_c}{T_H - T_C}$$

Tal como se ha visto la temperatura y la energía interna son variables de estado, esto quiere decir que solo dependen des estado del sistema y no de como llego este a dicho estado. Otra de las variables termodinámicas de estado es la *entropía.*

La entropía es un concepto útil en la termodinámica, aquí no se pretende ahondar en este concepto solo se dirá que la entropía es una medida cuantitativa del grado de desorden de un sistema (interpretación estadística), como también se puede decir que la entropía nos da información en qué dirección pueden ocurrir los procesos. De acuerdo con lo anterior se tiene que un enunciado para la segunda ley de la termodinámica es:

"La entropía del Universo aumenta en todos los procesos reales".

Lo que significa este enunciado es que todos los procesos ocurren en aquella dirección en que la entropía tiende aumentar.

La expresión que nos permite obtener el cambio infinitesimal de la entropía en un sistema para un proceso determinado es

$$dS = \frac{dQ_r}{T}$$

De donde en dQ_r significa la cantidad de calor infinitesimal absorbido o cedido por el sistema durante un proceso reversible.

Para un proceso finito se tiene que en general la temperatura no permanece constante, por lo que el cambio en la entropía para dicho sistema está dado por

$$\Delta S = \int_{inicial}^{final} ds = \int_{inicial}^{final} \frac{dQ_r}{T}$$

Para un proceso cíclico reversible se tiene

$$\Delta S = \oint \frac{dQ_r}{T} = 0$$

Para terminar se la segunda ley de la termodinámica se puede parafrasear de la siguiente manera:

...si se incluyen todos los sistemas que participan en un proceso, la entropía se mantiene constante, o bien, aumenta. En otras palabras, no es posible un proceso en el que la entropía total disminuya, si se incluyen todos los sistemas que participan en el proceso… (Young & Freedman, 2013)

Ahora bien, todos los enunciados que se tienen de la segunda ley de la termodinámica son totalmente equivalentes, pero la discusión de esto escapa a las pretensiones de estas notas.

PROBLEMAS RESUELTOS DE SEGUNDA LEY DE LA TERMODINÁMICA Y MAQUINAS TERMICAS

1. ¿Cuál es la magnitud del cambio en la entropía cuando 6.00 g de vapor a 100 °C se condensan formando agua a 100 °C? (Bauer & Westfall, 2011)

a) 46.6 J/K

b) 52.4 J/K

c) 36.3 J/K

d) 34.2 J/K

Solución: La expresión para el cambio en la entropía está dada por

$$\Delta \boldsymbol{S} = \int_i^f \frac{\boldsymbol{dQ}}{\boldsymbol{T}}$$

Dado que en este proceso la temperatura permanece constante, la anterior ecuación se puede escribir como

$$\Delta S = \frac{1}{T}\int_i^f dQ$$

$$\Delta \boldsymbol{S} = \frac{\Delta \boldsymbol{Q}}{\boldsymbol{T}}$$

Para nuestro caso el cambio en el calor será negativo dado que para condensar vapor hay que extraerle energía y esa energía en magnitud es la misma que se necesita para evaporar los 6.00 g de agua a 100 °C, es decir,

$$\Delta Q = mL_V$$

De donde L_v es el calor latente de vaporización del agua (L_v= 2256x10^3 J/kg)

Por lo tanto, la expresion para el cambio enla entropía queda

$$\Delta \boldsymbol{S} = \frac{\boldsymbol{mL_V}}{\boldsymbol{T}}$$

Reemplazando los valores dados y con T = 100 ^{0}C = 373.15 K, m = 6.00 g = 6x10^{-3} kg

$$\Delta S = \frac{6\text{x}10^{-3} * 2256x10^3}{373.15}$$

$$\Delta \boldsymbol{S} = \mathbf{36.27}\ {}^{\boldsymbol{J}}\!/_{\boldsymbol{K}}$$

De acuerdo con el valor hallado ***la respuesta correcta es la opción c***.

2. El cambio de la entropía de un sistema puede ser calculada porque: (Bauer & Westfall, 2011)

a) Depende únicamente de los estados inicial y final

b) Cualquier proceso es reversible

c) La entropía siempre aumenta

d) Ninguna de las anteriores

Solución: La entropía es una variable de estado, esto significa que su cambio no depende la forma o el camino que se tome para ir de un estado inicial a uno final, es decir su cambio estado única y exclusivamente por los valores de sus estados inicial y final. Por lo anterior se tiene que ***la respuesta correcta es la opción a***. También se puede agregar que no todos los procesos físicos son reversibles, por lo tanto, la opción (b) es falsa como, también lo es la opción (c) dado que la entropía puede disminuir en un sistema o permanecer contante en un sistema después de un proceso físico.

3. Un gas ideal experimenta una expansión isotérmica. ¿Qué pasará con su entropía? (Bauer & Westfall, 2011)

   (a) Aumentará

   (b) Disminuirá

   (c) Es imposible determinarlo.

   (d) Permanecerá sin cambios

Solución: Dado que la temperatura permanece constante estaríamos tentados a decir que no hay cambio en la entropía porque no hay flujo de calor, pero si recordamos la primera ley de la termodinámica

$$\Delta \boldsymbol{U} = \boldsymbol{Q} - \boldsymbol{W}$$

Puesto que es un proceso donde la temperatura permanece constante, no hay cambio en la energía interna lo que implica que

$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{W}$$

Y si recordamos que el trabajo en una expansión isotérmica está dado por

$$\boldsymbol{W} = \boldsymbol{nRT} \ln\left(\frac{\boldsymbol{V_f}}{\boldsymbol{V_i}}\right)$$

Entonces el flujo de calor hacia el sistema es

$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{W} = \boldsymbol{nRT} \ln\left(\frac{\boldsymbol{V_f}}{\boldsymbol{V_i}}\right)$$

Este flujo de calor es positivo pues es una expansión, lo que significa que la entropía aumenta, pues por definición

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} = \frac{nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)}{T}$$

$$\boldsymbol{\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} = nR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) > 0}$$

Por lo tanto, ***la respuesta correcta es la opción a***.

4. ¿Cuáles de los siguientes procesos (todos son expansiones de temperatura constantes) producen más trabajo? (Bauer & Westfall, 2011)

a) Un gas ideal que consiste en 1 mol de argón a 20 ^{0}C que se expande de 1L a 2L.

b) Un gas ideal que consiste en 1 mol de argón a 20 0C que se expande de 2L a 4L.

c) Un gas ideal que consiste en 2 moles de argón a 10 ^{0}C que se expande de 2L a 4L.

d) Un gas ideal que consiste en 1 mol de argón a 40 ^{0}C que se expande de 1L a 2L.

e) Un gas ideal que consiste en 1 mol de argón a 40 ^{0}C que se expande de 2L a 4L.

Solución: La expresión para el trabajo en un proceso termodinámico

$$\boldsymbol{W = \int P dV}$$

De la ecuación de estado

$$\boldsymbol{PV = nRT}$$

$$P = \frac{nRT}{V}$$

Reemplazando en la integral

$$W = nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{1}{V} dV$$

Integrando tenemos el trabajo que se realiza en un proceso a temperatura constante (isotérmico)

$$\boldsymbol{W = nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)}$$

Ahora se procederá a calcular el trabajo para cada una de las opciones, con R = *8.314 J/(Kmol)*.

$$W_a = 1 * 8.314 * 293.15 * \ln\left(\frac{2}{1}\right)$$

$$\boldsymbol{W_a = 1689.37\, J}$$

$$W_b = 1 * 8.314 * 293.15 * \ln\left(\frac{4}{2}\right)$$

$$\boldsymbol{W_b = 1689.37\, J}$$

$$W_c = 2 * 8.314 * 283.15 * \ln\left(\frac{4}{2}\right)$$

$$\boldsymbol{W_c = 3263.49\, J}$$

$$W_d = 1 * 8.314 * 313.15 * \ln\left(\frac{2}{1}\right)$$

$$\boldsymbol{W_d = 1804.63\ \ J}$$

$$W_e = 1 * 8.314 * 313.15 * \ln\left(\frac{4}{2}\right)$$

$$\boldsymbol{W_e = 1804.63\ J}$$

De acuerdo con los valores obtenidos se tiene que **la respuesta correcta es la opción c.**

5. Un motor térmico funciona con una eficiencia de 0.5. ¿Cuáles pueden ser las temperaturas de depósitos de temperatura alta y de temperatura baja? (Bauer & Westfall, 2011)

a) $T_H = 600\,K$ y $T_L = 100\,K$

b) $T_H = 600\,K$ y $T_L = 200\,K$

c) $T_H = 500\,K$ y $T_L = 200\,K$

d) $T_H = 500\,K$ y $T_L = 300\,K$

e) $T_H = 600\,K$ y $T_L = 300\,K$

Solucion: La expresion que nos permite calcular u obtener la eficiencia de una máquina termica en funcion de las temperatura en que opera esta dada por

$$\boldsymbol{e = \frac{\Delta T}{T_H}}$$

$$\boldsymbol{e = \frac{T_H - T_L}{T_H} = 1 - \frac{T_L}{T_H}}$$

Ahora calcularemos la eficiencia para cada caso

$$e_a = 1 - \frac{100}{600}$$

$$\boldsymbol{e_a = 0.833}$$

$$e_b = 1 - \frac{200}{600}$$

$$\boldsymbol{e_b = 0.667}$$

$$e_c = 1 - \frac{200}{500}$$

$$\boldsymbol{e_c = 0.60}$$

$$e_d = 1 - \frac{300}{500}$$

$$\boldsymbol{e_d = 0.4}$$

$$e_e = 1 - \frac{300}{600}$$

$$\boldsymbol{e_e = 0.5}$$

De los resultados obtenidos se tiene que ***la respuesta correcta es la opción e***. Como conclusión se tiene que una maquina térmica tendrá mayor eficiencia entre mayor se la diferencia de temperaturas en las que opera.

6. ¿Qué capacidad debe tener una bomba de calor con un coeficiente de desempeño de 3 de calentar una casa que pierde energía térmica a una velocidad de 12 kW en el día más frío del año? (Bauer & Westfall, 2011)

a) 3 kW

b) 4 kW

c) 10 kW

d) 30 kW

e) 40 kW

Solucion: La expresion que nos permite calcular el coeficiente de desempeño de una bomba de calor esta dado por la ecuacion

$$\boldsymbol{K = \frac{Q_L}{W}}$$

De donde Q_L es la cantidad de calor extraído y W, el trabajo realizado para extraer el calor. Despejando el trabajo se tiene

$$W = \frac{Q_L}{K}$$

$$W = \frac{12\ kW}{3}$$

$$\boldsymbol{W = 4\ kW}$$

Por lo tanto, se tiene que ***la respuesta correcta es la opción b***.

7. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones acerca del ciclo de Carnot es (son) incorrecta(s)? (Bauer & Westfall, 2011)

a) La máxima eficiencia de un motor de Carnot es de 100%que el ciclo de Carnot es un proceso ideal.
b) El ciclo de Carnot consiste en dos procesos isotérmicos y dos procesos adiabáticos.
c) El ciclo de Carnot consiste en dos procesos isotérmicos y dos procesos isentropicos (entropía constante)
d) La eficiencia del ciclo de Carnot depende solamente de las temperaturas de los dos depósitos térmicos.

Solucion: Una forma de enunciar la segunbda ley de la termodinamica es que no es posible tomar calor de una fuente y convertirlo enteramente en trabajo, es decir, ninguna maquina termica puede tener una eficiencia del 100%. Por lo tanto, el primer enunciado consiste en una violacion a la segunda ley de la termodinamica. **Lo que significa que la respuesta correcta es la opcion a.**

8. ¿Puede funcionar un motor térmico con el parámetro especificado en la figura 66? (Bauer & Westfall, 2011)
a) Sí.
b) No.
c) Necesitaría saber el ciclo específico utilizado por el motor para contestar.
d) Sí, pero únicamente con un gas monoatómico.
e) Sí, pero únicamente con un gas diatónico.

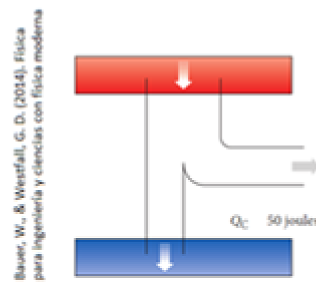


Figura 66.

Solucion: Hay muy poca información para decidir, por lo tanto, **la opción correcta es la b**.

9. ¿Cuál de los siguientes procesos siempre resulta en un incremento de la energía de un sistema? (Bauer & Westfall, 2011)
a) El sistema pierde calor y trabaja en los alrededores.
b) El sistema gana calor y trabaja en los alrededores.
c) El sistema pierde calor y tiene que trabajar en él por los alrededores.
d) El sistema gana calor y tiene que trabajar en él por los alrededores.
e) Ninguno de las anteriores

Solución: Para saber cuál es la respuesta correcta vamos a examinar cada una de las opciones, y para ayudarnos a esto utilizaremos la primera ley de la termodinámica

$$\Delta U = Q - W$$

De donde ΔU, es el cambio en la energía interna, Q es el calor entregado al sistema o cedido por el sistema y W es el trabajo realizado por o sobre el sistema. Cuando el calor entra al sistema este es positivo y cuando sale es negativo. Ahora bien, cuando el sistema realiza trabajo sobre sus alrededores este es positivo, pero cuando es el medio quien realiza trabajo sobre el sistema este es negativo. También nos ayudaremos de la segunda ley de la termodinámica que plantea: cuando una maquina térmica realiza trabajo sobre sus alrededores, este trabajo no debe superar al calor que absorbe el sistema

Las opciones (a) y (c) son una muestra clara de la violación a la segunda ley puesto que el sistema no puede perder calor y además realizar trabajo

10. ¿Cuál es la magnitud del cambio en la entropía cuando 6.00 g de vapor a 100 °C se condensan formando agua a 100 °C? (Bauer & Westfall, 2011)

a) 46.6 J/K
b) 52.4 J/K
c) 36.3 J/K
d) 34.2 J/K

Solución: el cambio en cambio en la magnitud de la entropía para una sustancia está dado por

$$\Delta \boldsymbol{S} = \frac{\Delta \boldsymbol{Q}}{\boldsymbol{T}}$$

Donde $\Delta \boldsymbol{Q}$ es el calor suministrado o extraído al sistema y T, es la temperatura a la que se da u ocurre la transición para nuestro caso 100^0 C que equivalen a 373.15 K. El calor que hay que extraerle al sistema es el mismo que hay que suministrarle al agua a 100^0 C para evaporarla. Esto es

$$\Delta Q = mL_v$$

El calor de latente vaporización L_v para el agua se puede obtener consultándolo en una tabla pues ya están determinados para cada sustancia, $L_v = 2260\ kJ/kg$.

Reemplazando los valores en la ecuación dada se tiene

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} = \frac{mL_v}{T}$$

$$\Delta S = \frac{6 * 10^{-3} kg * 2260 \, {}^{kJ}/_{kg}}{373.15 \, K}$$

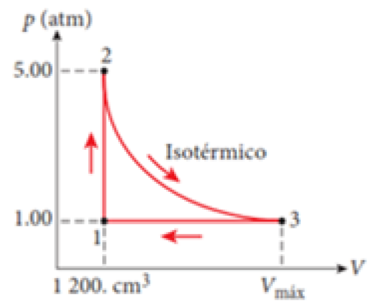
$$\Delta S = \frac{6 * 10^{-3} * 2260 * 10^{3} J}{373.15 \, K}$$

$$\boldsymbol{\Delta S = 36.34 \frac{J}{K}}$$

La anterior respuesta significa que ***la respuesta correcta es la opción c***

11. Un motor térmico usa 100. mg de gas helio y sigue el ciclo mostrado en la figura 67. (Bauer & Westfall, 2011)

a) Determine la presión, volumen y temperatura de gas en los puntos 1, 2 y 3.
b) Determine la eficiencia del motor
c) ¿Cuál sería la eficiencia máxima del motor si fuera capaz de funcionar entre el máximo y el mínimo de temperaturas?



Bauer, W., & Westfall, G. D. (2014). Física para ingeniería y ciencias con física moderna

Figura 67.

Solución: De la figura se puede observar que:

$$P_2 = 5 \, atm = 5.065x10^5 \, Pa$$

$$V_1 = V_2 = 1200 \, cm^3 = 1.2x10^{-3} m^3$$

$$P_1 = P_3 = 1 \, atm = 1.013x10^5 \, Pa$$

$$T_2 = T_3$$

Donde se ha utilizado el hecho de que: *1atm = 1.013x10⁵ Pa y 1m³ = 10⁶ cm³.*

Ahora bien, dado que nos dan la masa de sustancia de trabajo del motor (Helio), podemos determinar el número de moles presentes; para ello utilizaremos la definición del número de moles

$$n = \frac{m}{M}$$

De donde *m,* es la masa de la sustancia y *M*, la masa molecular, para el Helio *M = 4.003 g/mol*.

$$n = \frac{100 * 10^{-3}\, g}{4.003\ ^{g}/_{mol}} = 0.02498\, moles\ \approx \mathbf{0.025\, moles}$$

Ahora que tenemos el número de moles de la sustancia con las que opera nuestra maquina térmica, podemos aplicar la ecuación de estado de los gases ideales a cada punto del ciclo

$$PV = nRT$$

Para el punto 1 se tiene:

$$P_1V_1 = nRT_1$$

Despejando para T_1.

$$T_1 = \frac{P_1V_1}{nR}$$

$$T_1 = \frac{1.013x10^5 * 1.2x10^{-3}}{0.025 * 8.314}$$

$$\boldsymbol{T_1 = 584.84\, K}$$

Se utilizado un valor para *R = 8.314 J/K*mol*. Se ha prescindido de las unidades en la ecuación dado que todas estas se han homogenizado al sistema internacional de unidades.

Para el punto 2.

$$T_2 = \frac{P_2V_2}{nR}$$

$$T_2 = \frac{5.065x10^5 * 1.2x10^{-3}}{0.025 * 8.314}$$

$$\boldsymbol{T_2 = 2924.22\, K}$$

La temperatura en (3) T_3 es la misma que la de (2) dado que estos puntos están conectados por una isotérmica, es decir el proceso (2) a (3), es un proceso isotérmico. $T_3 = T_2$.

De la ecuación de estado despejamos el volumen para (3)

$$V_3 = \frac{nRT_3}{P_3}$$

$$V_3 = \frac{0.025 * 8.314 * 2924.22}{1.013x10^5}$$

$$\boldsymbol{V_3 = 6x10^{-3}m^3}$$

(b) Para obtener la eficiencia de este motor se debe calcular u obtener el trabajo realizado por este en el ciclo además de calcular el calor que entra a la sustancia de trabajo por ciclo, puesto que la eficiencia para una maquina térmica está dada por

$$\boldsymbol{e = \frac{W_{ciclo}}{Q_{entra}}}$$

El trabajo para el proceso de (1) a (2) es cero dado que es un proceso isocórico (V = cte), esto es

$$\boldsymbol{W_{1-2} = 0}$$

De (2) a (3) se tiene un proceso isotérmico, y el trabajo para un proceso isotérmico está dado por

$$W_{2-3} = nRT_2 * \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right)$$

$$W_{2-3} = 0.025 * 8.314 * 2924.22 * \ln\left(\frac{6x10^{-3}}{1.2x10^{-3}}\right)$$

$$\boldsymbol{W_{2-3} = 978.215\, J}$$

De (3) a (1) se tiene un proceso isobárico (P = cte). El trabajo para este tipo de procesos está dado por

$$W_{3-1} = P_1 * \Delta V = \ P_1 * (V_1 - \ V_3)$$

$$W_{3-1} = P_1 * \Delta V = 1.013x10^5 \ * (1.2x10^{-3} - \ 6x10^{-3})$$

$$\boldsymbol{W_{3-1} = -486.24\, J}$$

El trabajo en el ciclo es la suma de los trabajos en cada una de las etapas del ciclo, esto es

$$W_{ciclo} = \ W_{1-2} + \ W_{2-3} + W_{3-1}$$

$$W_{ciclo} = 0 + \ 978.215\, J - \ 486.24\, J$$

$$\boldsymbol{W_{ciclo} = 491.975\, J}$$

Ahora se procederá a calcular el calor que entra sistema.

De (1) a (2) aplicando la primera ley de la termodinámica

$$\Delta U = Q - W$$

Recordando que $W = 0$, se tiene que

$$Q_{1-2} = \ \Delta U_{1-2}$$

$$\Delta U_{1-2} = nC_v * \Delta T$$

De donde $C_v = \ {}^{3R}/_{2}$

$$Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} = \frac{3}{2} R * n * (T_2 - \ T_1)$$

$$Q_{1-2} = \frac{3}{2} * 8.314 * 0.025 * (2924.22 - \ 584.84)$$

$$\boldsymbol{Q_{1-2} = 729.36\, J}$$

Para el proceso (2) a (3), dado que es un proceso isotérmico, el cambio en la energía interna es cero, esto es

$$\Delta U = Q - W = 0$$

$$Q_{2-3} = W_{2-3}$$

El trabajo de (2) a (3) ya se calculó anteriormente, entonces

$$\boldsymbol{Q_{2-3} = W_{2-3} = 978.215\, J}$$

Para el proceso (3) a (1), aplicando la primera ley de la termodinámica

$$\Delta U_{3-1} = Q_{3-1} - W_{3-1}$$

$$\Delta U_{3-1} + W_{3-1} = Q_{3-1}$$

El trabajo $W_{3-1} = -486.24\, J$, ahora procederemos a calcular el cambio en la energía interna para así poder calcular el calor

$$\Delta U_{3-1} = nC_v * \Delta T = \frac{3}{2} R * n * (T_1 - T_3)$$

$$\Delta U_{3-1} = \frac{3}{2} 8.314 * 0.025 * (584.84 - 2924.22)$$

$$\boldsymbol{\Delta U_{3-1} = -729.36\, J}$$

Con lo que

$$\boldsymbol{Q_{3-1}} = -486.24\, J - 729.36\, J = \boldsymbol{-1215.6\, J}$$

Dado que este calor es negativo significa que sale de la máquina.

El calor que entra al ciclo es entonces la suma de los calores en cada una de las etapas de este

$$Q_{ciclo} = Q_{1-2} + Q_{2-3}$$

$$Q_{ciclo} = 729.36 + 978.215 = 1707.575\, J$$

Ahora si estamos listos para obtener el rendimiento de esta máquina térmica.

$$e = \frac{W_{ciclo}}{Q_{entra}} = \frac{491.975\, J}{1707.575\, J} = 0.288$$

$$\boldsymbol{e = 28.8}\%$$

La eficiencia máxima de esta máquina es la eficiencia dada por una máquina de Carnot que opere entre las dos temperaturas más extremas, esto es

$$e_{max} = e_{carnot} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

$$e_{max} = e_{carnot} = 1 - \frac{584.84}{2924.22}$$

$$\boldsymbol{e_{max} = 0.8 = 80}\%$$

Referencias

Walker, J., Halliday, D., & Resnick, R. (2014). *Fundamentals of physics.* Rosewood Drive: Wiley.

Bauer, W., & Westfall, G. D. (2011). *FÍSICA PARA INGENIERÍA Y CIENCIAS. Volumen 1.* México: McGRAW-HILL.

Fernández , J. L., & Coronado, G. (Abril de 2013). *FISICALAB*. Obtenido de https://www.fisicalab.com/apartado/frente-de-onda

GIANCOLI, C., D. (2009). *FÍSICA 1. Principios con aplicaciones. Sexta edición.* México: PEARSON EDUCACIÓN.

GIANCOLI, D. C. (2009). *FÍSICA 2. Principios con aplicaciones. Sexta edición.* México: PEARSON.

Pérez León, E. (16 de NOVIEMBRE de 2016). *PAIDEIAEDUCATION*. Obtenido de http://paideiaeducation.blogspot.com/2016/11/quien-tiene-la-razon-murcielago-o.html

Serway, R. A., & Jewett, Jr., J. W. (2018). *Física para ciencias e ingeniería.* Mexico: CENGAGE.

Serway, R. A., & Jewett, jr, J. W. (2019). *Fisica para ciencias e ingenirias* (Vol. 1). Ciudad de México: CENGAGE.

Serway, R. A., & Jewett, Jr., J. W. (2019). *Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics.* Boston: Cengage Learning Editores, S. A.

Tipler, P. A., & Mosca, G. (2010). *Física para la ciencia y la tecnología. Electricidad y magnetismo/Lu.* Barelona: REVERTÉ.

YOUNG, H. D., & FREEDMAN, R. A. (2013). *Física universitaria volumen 1. 13ª edición* (Vol. 1). México: PEARSON.